

**МИНИСТЕРСТВО ЗДРАВООХРАНЕНИЯ УКРАИНЫ**  
**Украинская медицинская стоматологическая академия**

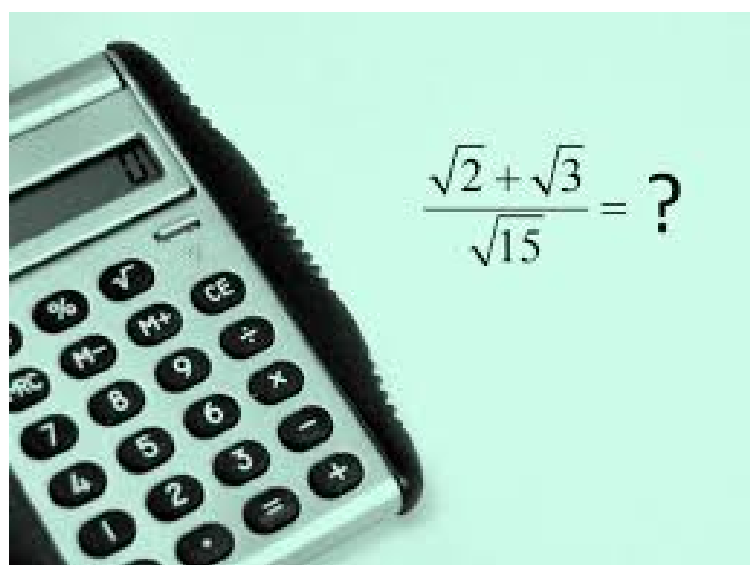
*Учебно-научный центр  
по подготовке иностранных граждан*

**Колечкина И.В.**

**МАТЕМАТИКА**  
**Часть I.**

**Рациональные выражения.  
Степени. Корни.  
Элементы векторной алгебры.**

Учебное пособие для иностранных студентов  
(Издание второе, переработанное и дополненное)



УДК 51(075.8)  
К 60

Рецензенты:

**Тулупова Л.А.**, канд. физ.-мат. наук, доцент, кафедры высшей и прикладной математики Полтавского национального технического университета имени Юрия Кондратюка.

**Коваленко Е.И.**, заведующая подготовительным отделением (курсы) для подготовки граждан Украины для поступления в заведения высшего образования.

*Рекомендовано к печати Центральной методической комиссией  
Украинской медицинской стоматологической академии  
(протокол №1 от 12 сентября 2019 года)*

**Колечкина И.В.**

Математика. Часть I. Рациональные выражения. Степени. Корни.  
К 60 Элементы векторной алгебры: учебное пособие для иностранных слушателей подготовительных факультетов/ И.В. Колечкина. – Полтава: Украинская медицинская стоматологическая академия, 2019.- 39с.

Учебное пособие составлено в соответствии с программой по математике для студентов-иностранцев подготовительных факультетов и предназначено для студентов-иностранцев, обучающихся на подготовительном отделении по медико-биологическим профилю.

Материал пособия рассчитан на 22 учебных часа, распределен по 11 занятиям. Каждое занятие содержит словарь новых терминов, лексико-грамматический материал, учебные тексты, образцы выполнения упражнений, задания разных уровней сложности для закрепления и повторения изученного материала. В пособии предлагается тестовое задание для самоконтроля с вариантами правильных ответов.

Изучение материала данного пособия способствует обобщению и систематизации знаний по темам "Рациональные выражения", "Степени", "Корни", "Элементы векторной алгебры", полученных студентами на родине.

Задания пособия способствуют формированию у студентов необходимых навыков использования математической терминологии и применения математического аппарата для решения задач по физике и химии.

УДК 51(075.8)

©Украинская медицинская стоматологическая академия, 2019  
©Колечкина И.В., 2019

## Занятие №11

### Числовая ось. Координатная плоскость.

**Задание №1.** Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

ось, -и	axe	محور	axis	eksen	eksen
числовая ось	axe de numerique	يديد عروحم	numerical axis	sayisal eksen	ədədi ox
координата, -ы	coordonnee	ي نالديجا	coordinate	koordinat	koordinasiya
числовая ось (координатная ось, ось координат)	axe de coordonnees	تاينداد حاروحم	numerical axis	koordinat ekseni	eksen koordinasiya edin
начало осчета	origine	ة يادب	start	referans noktası	mənşə
начало координат	origine de coordonnee	ة يادبلا تاينداد حاروحم دي	origin	çikiş noktası	mənşə
центр, -ы	centre	﴿ طسو زكر م﴾	centre	merkezi	mərkəzi
центр координат	centre de coordonnee	ل صلا ة طقة	center of coordinates	koordinat merkezi	koordinatların mərkəzi
направление, -ия	direction	ماجتا	direction	yön	istiqamət
положительное направление	direction positif	ب جومي ثاد حار	positive direction	olumlu yönde	müsbət istiqamət
отрицательное направление	direction negatif	ب لاسي ثاد حار	negative direction	negative yön	mənfi istiqamətdə
соответствовать	correspondre	ق فابو	correspond	uygun	uyğun
изображать/ изобразить (что?)	peindre	﴿ روصيم سري﴾	drow	göstermek çizmek	çəkmək
система координат	systeme de coordonnee	تاينداد حارما طاز	coordinate system	koordinat sistemi	koordinasiya sistemi
декартова система координат	Système de coordonnées cartésiennes	ي تراكيديلاي وتسملا	cartesian coordinate system	Kartezyen koordinat sistemi	Karteziya koordinat sistemi
координатная плоскость	plan de coordonnee	ي تراكيديلاي وتسملا	coordinate plane	Koordinat düzlemi	Təyyarəni əlaqələndirir
бесконечный, -ая, -ое, -ые	infini	ي ناهولا	endless infinite	sonsuz	sonsuz
отмечать/отметить (что? где?)	marquer	ي لاراشأ	mark	işaret	qeyd
проводить/ провести (что?)	peindre	﴿ طخمسر ل صو﴾	drow	göstermek çizmek	çəkmək
пара чисел	deux nombre	دادعأ جوز	pair of numbers	çift sayı	ədəd cütü
перпендикулярный, -ая, -ое, -ые	perpendiculaire	ي دومع	perpendicular	dik	dik
горизонтальный, -ая, -ое, -ые	horizontal	ي قفا	horizontal	yatay	yatay
вертикальный, -ая, -ое, -ые	vertical	﴿ ي ساروي دومع﴾	vertical	dikey	şaquli
применять/ применить (что? где?)	employer	مدختسي	use	kullanmak	İstifadə edin
впервые	pour la première fois	ة رمل ولاء	first	ilk sefer	İlk dəfə
выбирать/выбрать (что?)	choisir	للاختيار	to choose	seçmek	seçin
единичный отрезок	segment unite	جزء واحد	unit interval	birim aralığı	vahid interval
симметрия, -ии	symétrie	تناظر	symmetry	simetri	simmetriya
симметричный, -ая,	symétrique	متماثل	symmetric	simetrik	simmetrik

### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

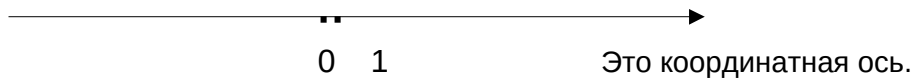
1. **Что(И.п.)** можно отметить **где(П.п.)**?      **Все числа** можно отметить **на числовой оси.**
2. **Чему(Д.п.)** соответствует **что(И.п.)**? = **что(И.п.)** соответствует **чему(Д.п.)**.  
**Каждому числу** соответствует только одна точка числовой оси.
3. Изобразить **что(В.п.)**.      Изобразить **числовую ось.**
4. Провести **что(В.п.)**.      Провести **числовые оси.**
5. **Кто(И.п.)** применил **что(В.п.)**.      **Французский ученый** впервые применил **систему координат** на плоскости.
6. **Что(В.п.)** называют **чем(Т.п.)**.      **Прямую линию** называют **координатной прямой** или **координатной осью.**
7. **Что(И.п.)** симметрично **чему(Д.п.)** относительно **чего(Р.п.)**  
**Точка P<sub>1</sub>** симметрична **точке P** относительно **оси ординат.**

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст №1.

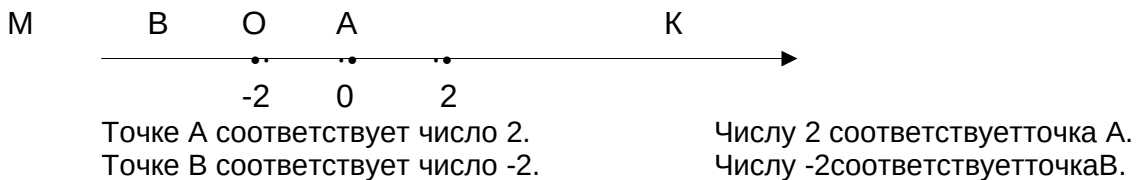
Текст №1.

### Числовая ось

Прямую линию с выбранным на ней началом отсчета, единичным отрезком и направлением называют координатной прямой или координатной осью. Числовая ось бесконечна.



Все числа можно отметить на числовой оси. Каждому числу соответствует только одна точка числовой оси. Каждой точке числовой оси соответствует только одно число.



**Пишем**

A(2)

B(-2)

**Читаем**

2 - это координата точки А.

-2 - это координата точки В.

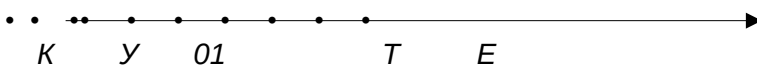
ОК – это положительное направление числовой оси.

ОМ – отрицательное направление числовой оси

### Выполните упражнения.

**Упражнение №1.** Изобразите числовую ось. Отметьте на числовой оси точки А(3), В(-1), С(8), Е(-5), Р(-10).

**Упражнение №2.** Посмотрите на рисунок. Напишите, какие координаты имеют точки К, У, Е, Т.



**Упражнение №3.** Установите соответствие между значениями числовых выражений (1-4) и промежутками (А-Д), которым они принадлежат:

$$\frac{2}{3-4}$$

$$\frac{2-2}{3+3}$$

2)  $3+3$

3)  $(5-3)(3-2)$

4)  $(1+3)(1-2)$

А) (-5;-3)

Б) (-3;-1)

В) (-1;1)

Г) (1;3)

Д) (3;5).

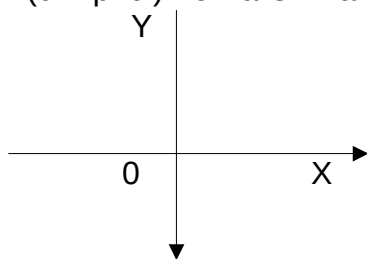
**Задание №3.** Слушайте и читайте текст №2.

Текст №2.

### **Координатная плоскость.**

Отметим на плоскости точку  $O$ . Проведем через точку  $O$  две перпендикулярные числовые оси  $OX$  и  $OY$ .

Числовые оси  $OX$  и  $OY$  - это оси координат.  $OX$  - горизонтальная ось,  $OY$  - вертикальная ось. (см. рис.) Точка  $O$  - начало координат (центр координат).

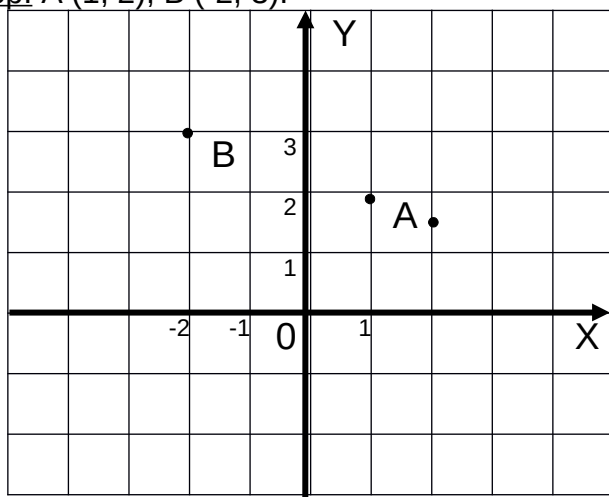


Это декартова система координат

Рене Декарт (1596-1650) - французский ученый. Он впервые применил систему координат на плоскости.

Каждой точке плоскости соответствует пара чисел  $(x; y)$  - это ее координаты.

Например:  $A(1, 2)$ ,  $B(-2; 3)$ .



**Пишем**

$A(1;2)$

1 – это координата на оси  $OX$  (на оси абсцисс)

2 – это координата на оси  $OY$  (на оси ординат)

$B(-2;3)$   $(-2;3)$  - это координаты точки  $B$ .

**Читаем**

$(1;2)$  - это координаты точки  $A$ .

### **Выполните упражнения.**

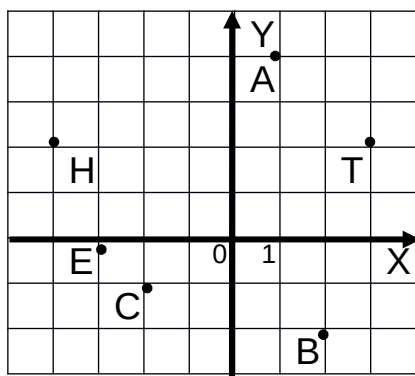
**Упражнение №4.** Ответьте на вопросы. Напишите ответы в тетрадь.

1. Как называется ось  $OX$ ?
2. Как называется ось  $OY$ ?
3. Как называется точка  $O$ ?

**Упражнение №5.** Изобразите декартовы координаты и отметьте точки:

$S(-3;0)$ ,  $E(6;1)$ ,  $P(0;1)$ ,  $B(4;-2)$ ,  $M(-1;-5)$ .

**Упражнение №6.** Посмотрите на рисунок. Какие координаты имеют точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $H$ ,  $T$ ?



**Упражнение №7.** Выберите правильный ответ в заданиях:

1) Найдите расстояние от точки  $M(-2;4)$  до оси абсцисс.  
 А) 2;                      Б) -2;                      В) 4;                      Г) -4.

2) Какие координаты имеет точка  $P_1$ , если она симметрична точке  $P(-2;5)$  относительно начала координат?

А) (-5;2)                      Б) (-2;5)                      В) (2;-5)                      Г) (5;2).

### Занятие №11.

#### Действительные числа. Модуль действительного числа.

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

представлять/ представить(что? как?)	representer	عرض	represent	göstermek	təmsil edir
ось, -и	axe	محور	axis	eksen	eksen
целое число/ целые числа	nombre entier	عدد صحيح عدد صحيح عدد صحيح	integer	tamsayi	tamsayi
рациональное число	nombre rational	رقم نسبي	rational number	rasyonel sayi	rasional sayi
обыкновенная дробь	fraction ordinaire	كسر عادي	common fraction	ortak kesir	ümmü fəsil
конечная десятичная дробь	fraction finie	كسر عشري عشري	decimal finite	son ondalik kesir	son decimal fraksiyasi
бесконечная периодическая десятичная дробь	fraction decimale infini periodique	كسر عشري متكرر متكرر	Infinite periodic decimal	sonsuz ondalik kesir periyodik	sonsuz periodik decimal
бесконечная непериодическая десятичная дробь	fraction decimale infini inperiodique	كسر عشري متكرر متكرر	Infinite non- periodic decimal	Periyodik olmayan sonsuz ondalik	sonsuz geriyri-periodik decimal
иррациональное число	nombre irrationnel	رقم غير نسبي	irrational number	irrasyonel sayi	irrasional sayi
действительное число	nombre reel	رقم حقيقي	real number	gerçek sayi	real sayda
соответствовать (чему?)	correspondre	توافق	correspond	uygun	uyğ
координата, -ы	coordonnee	مختلطة	coordinate	koordinat	koordinasiya
любой, -ая, -ое, -ые	tout	أي	any	herhangi	hər hansı bir

#### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. **Что(В.п.)** можно представить виде **чего(Р.п.)** как **что(В.п.)**.

**Число** можно представить в виде **дроби** / как **дробь**.

2. **Чему(Д.п.)** соответствует **что(И.п.)** где **(П.п.)**.

**Каждому действительному числу** соответствует **только одна точка на числовой оси**.

3. **Что(И.п.)** соответствует **чему(Д.п.)**.

**Точка** соответствует **иррациональному числу**  $\sqrt{2}$ .

4. Что(И.п.) принадлежит чему(Д.п.)

Число  $\sqrt{2}$  принадлежит промежутку (0;2).

5. Что(И.п.) называется чем(Т.п.).

Все рациональные и иррациональные числа называются действительными числами.

Задание №2. Слушайте и читайте текст №3.

Текст №3

### Действительные числа

Если число можно представить в виде дроби  $\frac{a}{b}$  ( $a, b$  – целые числа,  $b \neq 0$ ), то

это рациональное число. Например: -7; 15; 0;  $\frac{1}{2}$ ; 3,5;  $18\frac{3}{7}$  – это рациональные числа.

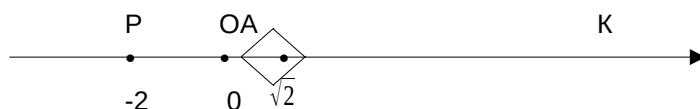
Целые числа, обыкновенные дроби, конечные десятичные дроби, бесконечные периодические десятичные дроби – это **рациональные числа**.

Бесконечные непериодические дроби – это **иррациональные числа**.

Например:  $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$ ;  $\pi = 3,1415926\dots$ ,  $e = 2,71828\dots$  – это иррациональные числа.

Все рациональные и иррациональные числа называются **действительными числами**.

Каждому действительному числу соответствует только одна точка на числовой оси. Каждой точке числовой оси соответствует только одно действительное число.



Точке P соответствует число (-2). Точка K соответствует иррациональному числу  $\sqrt{2}$ . (OA – сторона квадрата, OA=1, OK – диагональ квадрата, OK=  $\sqrt{2}$ ).

### **Выполните упражнения.**

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы. Напишите ответы в тетрадь.

1. Какие числа называются рациональными?
2. Какие числа называются иррациональными?
3. Какие числа называются действительными?

**Упражнение №2.** Какие из чисел рациональные/иррациональные?

$\frac{7}{2}$ ; 8,009;  $2\sqrt{3}$ ;  $-2\pi$ ;  $5\sqrt{0,9}$ ;  $\frac{1}{4}$ ; 10,  $\bar{6}$  ...;  $-3\sqrt{49}$ ;  $\sqrt{0,25}$ ;  $-\sqrt{5}$ ;

**Упражнение №3.** Какому из интервалов А)-Г) принадлежит число  $\sqrt{5}$  ?

- А) [3;4]      Б) [3; +  $\infty$ )      В) (-  $\infty$ ; -3)      Г) (-3; +  $\infty$ ).

**Упражнение №4.** Напишите любые три рациональные числа,

которые больше  $\frac{1}{4}$ , но меньше  $\frac{1}{3}$ .

**Задание №3.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

модуль числа	valeur absolue d'un nombre	القيمة المطلقة اس ايقم	the absolute value of a number	bir sayinin modülü	bir ədəd modulu
противоположное число	nombre oppose	سكاعم	The opposite number	Tersi sayi	əks ədəd
обозначать/ обозначить (кого?что?как?)	designer	ى الارمريه	to denote, to mark	işaret	göstərmək
основное свойство	fundamental	قياسية بياخ	fundamental	temel (esus)	əsas əmlak

	parente		property	mülk	
произведение, -ия	produit	برضلصاح	product	ürün	məhsul
частное, -ые		قسافلصاح	quotient	özel	şəxsi
сумма, -ы	somme	عومجمه	sum	toplam	məbləğ
разность, -и	difference	قرف	difference	fark	fərq
расстояние, -ия	distance	مفاسمه	distance	mesafe	məsafə
множество точек	ensemble de point	طاققعومجمه	set of points	puan seti	bal yimaq
удовлетворять/ удовлетворить (чему?)	satisfaire	ىبلاىباجا	satisfy	karşilamak	təmin edir
Соотношение, -ия	relation	ببسانت	ratio	oran	parite
Указывать/указать (что? где)	montrer, designer	ىلاراشا	specify designate	belirtmek	göstərir

### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. **Что(И.п.)** обозначается как **Модуль числа  $a$**  обозначается  $|a|$ .
2. **Что(И.п.)** не меньше **чего(Р.п.)** **Модуль разности** не меньше **разности модулей.**
3. **Что(И.п.)** не больше **чего(Р.п.)** **Модуль суммы** не больше **суммы модулей.**
4. От **чего(Р.п.)** до **чего(Р.п.)**. Отточка  $0$  до точки с координатой  $a$ .

**Задание №4.** Слушайте и читайте текст № 4

Текст №4

### Модуль действительного числа.

**Модуль (абсолютная величина)** действительного числа  $a$  – это само это число  $a$ , если  $a \geq 0$  и противоположное число  $-a$ , если  $a < 0$ .

Модуль числа  $a$  обозначается  $|a|$ .

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0 \\ 0, & \text{если } a = 0 \end{cases}$$

*Например*  $|25| = 25, (25 > 0);$   $|-2| = -(-2) = 2(-2 < 0).$

**Пишем**

$$|25| = 25$$

$$|-2| = 2$$

**Читаем**

модуль двадцати пяти равен двадцати пяти;

модуль минус двух равен двум.

### Основные свойства модуля.

Если  $a$  и  $b$  – любые действительные числа, то

1.  $|a| \geq 0$  (модуль числа  $a$  не меньше нуля);

$$a = 19$$

$$b = 0$$

$$c = -12$$

$$|a| = 19$$

$$|b| = 0$$

$$|c| = 12 > 0$$

2.  $|a| = |-a|$ , (модуль  $a$  равен модулю минус  $a$ );

$$a = 7$$

$$-a = -7$$

$$|a| = |7| = 7$$

$$|-a| = |-7| = 7$$

$$|-7| = |7|$$

3.  $|a| \geq a$ , (модуль  $a$  не меньше  $a$ );

$$a = 2$$

$$|2| = 2$$

$$|a| = a;$$

$$a = -4$$

$$|-4| = 4$$

$$|a| > a.$$



4.  $|a_1 a_2 a_3 \dots a_n| = |a_1| \cdot |a_2| \cdot |a_3| \dots |a_n|$  (модуль произведения равен произведению модулей);

$$|(-2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot (-3)| = |-30| = 30;$$

$$|(-2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot (-3)| = |-2| \cdot |5| \cdot |-1| \cdot |-3| = 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 = 30,$$

$$|(-2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot (-3)| = |-2| \cdot |5| \cdot |-1| \cdot |-3|$$

5.  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$ , ( $b \neq 0$ ), (модуль частного равен частному модулей);

$$\left| \frac{-5}{12} \right| = \frac{5}{12}; \quad \frac{|-5|}{|12|} = \frac{5}{12}; \quad \left| \frac{-5}{12} \right| = \frac{|-5|}{|12|}$$

6.  $|a+b| \leq |a| + |b|$ , (модуль суммы не больше суммы модулей);

6а)  $|a+b|$  ?  $|1+(-12)| = |1-12| = |-11| = 11$

$a=1;$   $|1+|-12|| = 1+12=13$

$b=-12;$   $|1+(-12)| < |1+|-12||$

6б)  $|a+b|$  ?  $|6+13| = |19| = 19$

$a=6;$   $|6+|13|| = 6+13=19$

$b=13;$   $|6+13| = |6+|13||$

7.  $|a-b| \leq |a| - |b|$  (модуль разности не меньше разности модулей).

7а)  $|a-b|$  ?  $|2-99| = |-97| = 97$

$a=2;$   $|2|-|99| = 2-99 = -97$

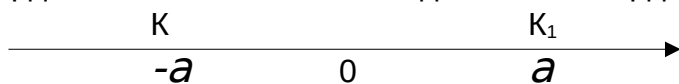
$b=99;$   $|2-99| > |2|-|99|$

7б)  $|a-b|$  ?  $|22-12| = |10| = 10$

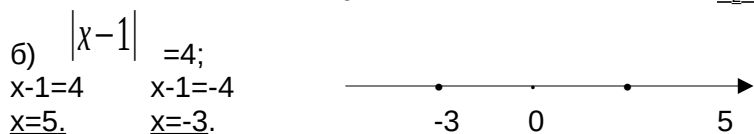
$a=22;$   $|22|-|12| = 22-12 = 10$

$b=12;$   $|22-12| = |22|-|12|$

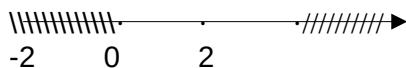
Модуль числа  $a$  ( $|a|$ ) – это расстояние на числовой оси от точки 0 до точки с координатой  $a$ , если  $a \geq 0$ , и до точки с координатой  $-a$ , если  $a < 0$ .



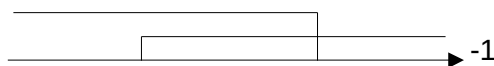
Например: а) На числовой оси укажите множество точек, которое удовлетворяет соотношению  $|x| = 2$ .



в)  $|x| > 2;$   
 $x > 2;$       $-x > 2;$   
 $x < -2.$



г)  $|x-3| < 4;$   
 $x-3 < 4$       $-(x-3) < 4$   
 $x < 7.$       $-x+3 < 4,$   
 $-x < 1,$   
 $x > -1$



7

**Выполните упражнения.**

**Упражнение №5.** Ответьте на вопросы.

1. Что такое модуль?
2. Как обозначается модуль?
3. Какие основные свойства модуля?
4. Покажите определение модуля на числовой оси.

**Упражнение №6.** Напишите на русском языке:

а)  $|-3|=3$      б)  $|x| \geq 0$      в)  $|4|=4$      г)  $|-1|=1$

**Упражнение №7.** Вычислите:

а)  $\left| \frac{x-1}{2-x} \right|$ , если  $x=-3$ ;     б)  $\left| \frac{5x-3}{x^2+2} \right|$ , если  $x=-1$ .

**Упражнение №8.** На числовой оси укажите множество точек, которые удовлетворяют

соотношениям: а)  $|x+2| = 5$ ; б)  $|5-2x| = 3$      в)  $|x-3| = 2$ ;     г)  $|x| \geq 1$ .

**Упражнение №9.** Выберите правильный ответ:

$|\sqrt{81}-1^8|=?$      А) -9     Б) 80     В) 8     Г) -8.

### Занятие №13.

#### Степень с натуральным и целым показателем.

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

представлять/ представить (что? как?)	elever	هوقى اليعف ر	involute involve	işeri kivrik	yüksəltmək
степень, -и	puissance	سأ	exponent	kuvvet	dərəcə
основание степени	base de puissance	ساسلا	base of power	derece temeli	dərəcə təmali
показатель степени	exposant de puissance	س لأ هوقا رلدم	index of power	üs	göstəricisi
возвести в степень	elever a une puissance	هوقى اليعف لا	involute	işeri kivrik	yüksəltmək
натуральный показатель	exposant naturelle	سأ يعبط ل ماعم	natural index	doğal üs	təbil göstəricidir
целый показатель	exposant entier	ح يحصل ماعم	integer exponent	bütün üs	bütün exponat
стандартный вид числа	standardize forme	ر صتخمى ساد دء	standard form	Sayinin standart formu	nömrəsi standart formasi
одинаковый, -ая, -ое, -ые	egal, pareil	سأ ماعم تام	common, identical	ayni	eyni
последовательно	successivement	سأ ماعم تام ء	consequent	arca arcaya	ardicil olaraq
упрощать/упростить (что?)	simplifier	طسب	simplify	basitleştirmek	sadələşirmək

не иметь смысла	cela n'a pas le sens	لا معنى له	make no sense	hiç mantıclı değil	heç bir mənası yoxdur
определение, -ия	definition	تعیین	determination	belirlənməsi	müəyyənləşdirilməsi
выполнять/выполнить (что?)	remplir, realiser	تکمیل	to do	yürütmək	həyata keçirin
формулировать/сформулировать (что?)	formuler	تعبیر	formulate	hazırlamaq	formalaşdırmaq

### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

- |  |  |
|--|--|
| 1. Возвести <b>что(В.п.)</b> во <b>что (В.п.)</b>    | Возвести <b>число</b> в <b>степень</b> .   |
| 2. Возведение <b>чего(Р.п.)</b> во <b>что (В.п.)</b> | Возведение <b>числа</b> в <b>степень</b> . |
| 3. <b>Что(И.п.)</b> в <b>какой</b> степени           | Число <b>a</b> в <b>энной</b> степени.     |

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст № 5

Текст №5.

Возведение в степень – это математическое действие.

Определение: Если  $n$  – натуральное число, то  $n$ -ая степень числа  $a$  – это произведение  $n$  множителей, равных  $a$ .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}}$$

$a$  – основание степени;  $n$  – показатель степени.

**Пишем**

$a^2$

$a^3$

$a^4$

$a^{28}$

$a^0$

$a^{-2}$

$a^{-31}$

$a^n$

$a^{n+1}$

$a^m$

**Читаем**

$a$  в квадрате =  $a$  квадрат

$a$  в кубе =  $a$  куб

[**Что в какой** степени]

$a$  в четвертой степени;

$a$  в двадцать восьмой степени;

$a$  в нулевой степени;

$a$  в минус второй степени;

$a$  в минус тридцать первой степени;

$a$  в энной степени ( $a$  в степени  $n$ ).

[**Что в степени сколько**]

$a$  в степени  $n$  плюс один;

$a$  в степени  $m$

Если  $a \neq 0$ , то

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a ; a^n =$$

$$\frac{1}{a^n}$$

**Пишем**

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$3^0 = 1$

$3^{-1} = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$

**Читаем**

два в

два в кубе

три в нулевой степени равно одному;

три в минус первой степени равно одной третьей;

одна третья в минус второй степени равно девяти..

квадрате равно четырём;  
равно восьми;

**Свойства степени.**

1) Умножение степеней с одинаковыми основаниями:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

2) Деление степеней с одинаковыми основаниями:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad a^{m-n} = a^m : a^n$$

3) Возведение степени в степень:

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad a^{mn} = (a^m)^n;$$

4) Степень произведения:

$$(ab)^n = a^n b^n, \quad a^n b^n = (ab)^n;$$

5) Степень частного:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \quad b \neq 0$$

Действие возведение в степень в примере выполняется первым, потом выполняется умножение и деление, потом сложение и вычитание последовательно.

### Действия со степенями.

1) Вычислить:

а)  $2^5 \cdot 2^2 = 2^{5+2} = 2^7$ ;

б)  $3^8 : 3^2 = 3^{8-2}$ ;

в)  $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$ ;

г)  $2^2 \cdot 3^2 = (3 \cdot 2)^2 = 6^2 = 36$ ;

д)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$ .

2) Выполнить действия:  $(-2)^3 \cdot (-5) - 2^4 : (-2)^2 - 5^2 - (2^2 - 3^2)$ ;

1)  $(-2)^3 = -8$ ;  $2^4 = 16$ ;  $(-2)^2 = 4$ ;  $5^2 = 25$ ;  $2^2 = 4$ ;  $3^2 = 9$ ;

2)  $(-2)^3 \cdot (-5) = -8 \cdot (-5) = 40$ ;

3)  $2^4 : (-2)^2 = 16 : 4 = 4$ ;

4)  $2^2 - 3^2 = 4 - 9 = -5$ ;

5)  $40 - 4 - 25 - (-5) = 16$ ;

$$(-2)^3 \cdot (-5) - 2^4 : (-2)^2 - 5^2 - (2^2 - 3^2) = 16.$$

Значения многих физических величин записывают с помощью степени. Мы говорим: "в стандартном виде".

Например:  $0,0000000000000056 = 56 \cdot 10^{-15}$  «пятьдесят шесть (умножить) на десять в минуспятнадцатой степени»;

$340000000000000000000000 = 34 \cdot 10^{24}$  «тридцать четыре (умножить) на десять в двадцать четвёртой степени».

**$56 \cdot 10^{-15}$  и  $34,5 \cdot 10^{24}$  – это стандартный вид числа.**

Например: Масса Земли –  $6,64 \cdot 10^{24}$  кг (шесть целых шестьдесят четыре сотых на десять в двадцать четвёртой степени килограммов);

Среднее расстояние от Земли до Солнца –  $1,5 \cdot 10^{11}$  м (одна целая пять десятых на десять в одиннадцатой степени метров).

Плотность ртути ( $\rho_{\text{ртг}}$ ) при  $0^\circ\text{C}$  –  $13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$  (тринадцать целых шесть десятых на десять в кубе килограмм на метр кубический).

### Выполните упражнения.

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы.

1. Что такое энная степень числа?

2. Сформулируйте основные свойства степени.

**Упражнение №2.** Напишите на русском языке:

а)  $5^2$ ;  $(-3)^{-1}$ ;  $10^3$ ;  $9^4$ ;  $2^{-2}$ ;  $8^{-3}$ ;  $4^0$ .      б)  $(2,2)^3$ ;  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ;  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ ;  $(0,01)^6$ ;  $(12,9)^{19}$ .

**Упражнение №3.** Выполните действия:

- a)  $(2 \cdot 5)^3$ ; б)  $(-3)^2$ ; в)  $((-2)^4)^2$ ; г)  $(\frac{1}{4})^{-1}$ .
- Упражнение №4.** Вычислите значение выражений:
- а)  $\frac{0,8^7 \cdot 0,16^{-4}}{0,64^3 \cdot 0,4^{-7}} + (-2)^{-3} \cdot (-2)^5$  б)  $\frac{27^3 \cdot 9^{-4}}{100^5 \cdot 10^{-12}} - 0,3^{-4} \cdot 0,81$

**Упражнение №5.** Запишите числа в стандартном виде. Результат запишите на русском языке.

- а) 890000000000000000000000000000000;  
 б) 29000000000000000000;  
 в) 0,000000000000000000000000092;  
 г) 0,000000000000000000000000000000029.

**Упражнение №6.** Выполните действия. Результат запишите на русском языке.

- а)  $77 \cdot 10^{-12} \cdot 1,5 \cdot 10^{42}$ ; в)  $0,98 \cdot 10^{-62} \cdot 0,5 \cdot 10^{-35}$ ;  
 б)  $0,58 \cdot 10^{22} : 2,1 \cdot 10^{-9}$ ; г)  $3,3 \cdot 10^{-12} : 0,3 \cdot 10^{-28}$

**Упражнение №7.** Переведите данные в миллиметры/метры/километры, граммы/килограммы соответственно. Результат запишите в стандартном виде.  
 120000000 км; 0,5 мм; 99 м; 547 см; 68 г; 2,2т.

## Занятие №14.

### Одночлены и многочлены.

#### Действия с одночленами и многочленами

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

одночлен, -ы	monome	دحللدیحو	monomial	tek terimli	miyom
многочлен, -ы	polinome	دوبحللاریثک	polynomial	polynom	polynom
коэффициент, -ы	coefficient	لماعم	coefficient	katsayi	nisbati
степень, -и	puissance	سأ	exponent	kuvvet	dərəcə
выражение, -ия	forme	قرایء	equation	ifade	ifadə
числовой множитель	facteur numerique	یددعبورض	numerical coefficient	sayisal factör	ədədi factor
несколько	plusieurs	قدهء	a little, some	birkaç	bir neçə
буквенное выражение	expression de lettre	فحللأبقرایء	literal expression	alfabetik ifade	əlifba ifadə
член, -ы	membre, terme	حلل	element	üye	üzv
подобные члены	termes semblables	قهباشتمدود	similar terms	benzer üyeler	oxşar üzvlər
приводить/ привести (что?)	réduire termes	لرود	collect terms	bu tür üyeler getirmek	belə üzvləri gətirin
каждый, -ая, -ое, -ые	chaque	لك	apiece, every	her	hər biri
скобка, -и	parenthèse	سوف	bracket	destek	bracket
раскрыть скобки	chaser les parenthèses	س لوقلأللكف	open the bracket	açık parantez	açiq parantezlər
располагать/ расположить (что?)	disposer	بترر	put, have available	düzenlemek için	təşkil edir
убывать/убыть	decroisser	صقائتم	decrease	azaltmak	zərif
состоять из (чего?)	se composer de	ن من وكنر	to consist of	oluşmak	ibarətdir

### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

- Что(и.п.)** состоит из **чего(Р.п.)**
- Привести **что(В.п.)**
- Раскрыть **что(В.п.)**
- Расположить **что(В.п.)** как

**Двучлен** состоит из **двух членов.**

Привести **подобные члены.**

Раскрыть **скобки.**

Расположить **члены** по убывающим степеням.

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст № 6

**Текст №6**

### Одночленные многочлены.

**Одночлен** – это произведение, которое состоит из числового множителя (коэффициента) и одной или нескольких букв в натуральной степени.

*Например:*  $3a^2b$  – одночлен;

$a^2b$  – это буквенное выражение;

$-5xy$ ;  $cb^4$ ;  $2ab$  – это тоже одночлены.

$3$  – это коэффициент.

**Многочлен** – это алгебраическая сумма нескольких одночленов.

Сумма, разность и произведение одночленов – это тоже многочлен.

*Например:*  $5x+y$ ;  $-4z-3ab^2$  – это многочлены;

$5x + y$  – это двучлен (состоит из двух членов);

$7a - b^2 + c^3$  – это трехчлен (состоит из трех членов);

$7a$ ;  $-b^2$ ;  $c^3$  – это члены многочлена;

$4ab$ ,  $-3ab$ ,  $ab$  – это подобные члены многочлена.

Привести подобные члены – это значит сложить их коэффициенты.

*Например:*  $4ab - 3ab + ab = 2ab$ ;

#### 1) Сложение и вычитание многочленов.

Чтобы найти сумму или разность многочленов, нужно раскрыть скобки (если они есть) и привести подобные члены.

*Например:*

$$\text{а) } 2x^2 - 3xy + y + (-x^2 + 6xy - y) = 2x^2 - 3xy + y - x^2 + 6xy - y = x^2 + 3xy;$$

$$\text{б) } 9m - 3k - (12k + km - m) = 9m - 3k - 12k - km + m = 10m - 15k - km.$$

#### 2) Умножение многочленов.

Чтобы найти произведение многочленов, нужно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго многочлена.

*Например:*

$$\text{а) } (3a^2 - 7) \cdot (a + 2) = 3a^2 \cdot a + 3a^2 \cdot 2 - 7 \cdot a - 7 \cdot 2 = 3a^3 + 6a^2 - 7a - 14.$$

$$\text{б) } (2x - y) \cdot (3x - y^2 + 5y) = 2x \cdot 3x - 2x \cdot y^2 + 2x \cdot 5y - y \cdot 3x + y \cdot y^2 - y \cdot 5y = 6x^2 - 2xy^2 + 10xy - 3xy + y^3 - 5y^2 = 6x^2 - 2xy^2 + 7xy + y^3 - 5y^2.$$

#### 3) Деление многочленов.

Чтобы найти частное двух многочленов, нужно расположить многочлены по убывающим степеням и выполнить деление.

*Например:*

$$\text{а) } 6a^4b^2 - 7a^3b + 3,6a^2b^3 : 2a^2b = \frac{6a^4b^2}{2a^2b} - \frac{7a^3b}{2a^2b} + \frac{3,6a^2b^3}{2a^2b} = 3a^2b - 3,5a + 1,8b^2.$$

$$\text{б) } (5x^3 + 14x^2 + 12x + 8) : (x + 2);$$

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 14x^2 + 12x + 8 \quad | \quad x + 2 \\ \underline{5x^3 + 10x^2} \phantom{+ 12x + 8} \\ 4x^2 + 12x \phantom{+ 8} \\ \underline{4x^2 + 8x} \phantom{+ 8} \\ 4x + 8 \\ \underline{4x + 8} \\ 0 \end{array}$$

$$(5x^3 + 14x^2 + 12x + 8) : (x + 2) = 5x^2 + 4x + 4$$

**Выполните упражнения.**

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы.

1. Что такое одночлен?
2. Что такое многочлен?
3. Какие члены многочлена называются подобными?
4. Как найти сумму многочленов?
5. Как умножить многочлен на многочлен?
6. Как разделить многочлен на многочлен?

**Упражнение №2.** Выполните действия

- а)  $\frac{1}{3} a^{m+n} b^2 c^4 \cdot \frac{1}{2} a^{2n} b^m c$   
 б)  $(3y^2 - 2xy) \cdot (2x^3y + 4xy^2)$ ;  
 в)  $(x+2a) \cdot (x^2 - xa + 2a^2) - (x - a) \cdot (x^2 + ax + a^2)$ ;  
 г)  $3x(-2xy^2) + 4x \cdot 5xy^2 - (5xy^2)^2 + 8x^2y^4$ .

**Упражнение №3.** Найдите значение выражения  $-7(1,2x+4y)-4,2(-2x-5p)$ , если  $p=0,2$ ;  $y=-0,1$ ;  $x=193,5$ .

**Упражнение №4.** Выберите правильный ответ.

1) Представьте в виде многочлена выражение  $(2x+1)(2x+1)$ :

- А)  $(2x+1)^2$     Б)  $4x^2+1$     В)  $4x^2+4x+1$     Г)  $4x^2+2x+1$ .

2) Найдите квадрат одночлена  $-2xy^3$ :

- А)  $-4x^3y^6$     Б)  $-4x^2y^6$     В)  $4x^2y$     Г)  $8x^5y^3$

**Задание №3.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

Формулы сокращенного умножения	formules de multiplication réduite (abregée)	برصلا قغيص رصتخملا	formulas of abridged multiplication	indirgenmiş çarpma formülleri	azaltılmış çarpma formulaları
Разность квадратов	différence de carrés	ن يعبرم نيد قرف	difference of two squares	kareler farki	meydanların fərqi
Квадрат разности	carré de difference	ع يبرتلا قرف	square of difference	kare fark	kvadrat fərk
Квадрат суммы	carré de la somme	ع يبرتلا عومجم	square of the sum	toplamin karesi	məbləğin kvadratı
Куб суммы	cubede la somme	ب يعكزلا عومجم	cube of the sum	toplamin küpü	məbləğin kub
Куб разности	cube de difference	ب يعكزلا قرف	cube of difference	fark küpü	fərqli kub
Сумма кубов	somme de cubes	ن يعككم عومجم	sum of cubes	Küplerin	kublar məbləği
Разность кубов	différence de cube	ن يعككم قرف	cube difference	küp farkı	kub fərqi

**Задание №4.** Слушайте и читайте текст №7

Текст №7.

**Формулы сокращенного умножения**

Формула		Название
$a^2 - b^2$	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	разность квадратов
$(a + b)^2$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	квадрат суммы
$(a - b)^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	квадрат разности
$(a + b)^3$	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	куб суммы
$(a - b)^3$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	куб разности
$a^3 + b^3$	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	сумма кубов
$a^3 - b^3$	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	разность кубов

	$(a^2 + ab + b^2)$	
--	--------------------	--

**Пример 1.** Выполните действия.

а)  $(2x+y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$ ;

б)  $(3x-5y)^2 = 9x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5y + 25y^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$ ;

в)  $100x^2 - 9y^2 = (10x)^2 - (3y)^2 = (10x-3y)(10x+3y)$ ;

г)  $(a-2b)^3 = a^3 - 3a^2 \cdot 2b + 3a(2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$ .

**Пример 2.** Докажите, что  $(m+n)^2 - (m-n)^2 = 4mn$ .

$$(m+n)^2 - (m-n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 - (m^2 - 2mn + n^2) = m^2 + 2mn + n^2 - m^2 + 2mn - n^2 = 4mn.$$

**Задание №5.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

Способ,-ы	méthode	ة قيرط	method	yolu	yol
выносить/ вынести(что?)(куда?)	mettre	ح رخب	putoutside	parantezyapm ak	çixarın
группировка	groupage	عجم ج	formalmanipu lation	grup	grupu
группировать (что?)	grouper	تاعوم جم ي قمض	group together	grup	grupu
общий множитель	commun facteur	لكرت شمل ما ء	common multiplier	ortak faktör	ümumi amil
применять/ применить(что? где?)	appliquer	ء حقتسل اظر مع تسل	use, apply	uygulamak	müraciät edin
применение	application	للمعتسل	application	uygulamasi	tätbiqi
раскладывать/ разложить (что?)	décomposer	إلى عامل	decompose	genişletilmiş	ayrılmaq
разложение	decomposition	العوملة	decomposition	genişleme	çürüməsi
упрощать/упростить (что?)	pour simplifier	لتبسيط	simplify	basitleştirme k	asanlaşdırm aq üçün

### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

1. Разложить **что** (В.п.) на **что** (В.п.)                      Разложить **многочлен** на **множители**.
2. Вынести **что** (В.п.) за **что** (В.п.)                      Вынести **общий множитель** за **скобки**.
3. Вынесение **чего** (Р.п.) за **что** (В.п.)                      Вынесение **общего множителя** за **скобки**.
4. Запишите **что** (В.п.) **как**.                      Запишите **многочлен** в **вид произведения**.

**Задание №6.** Слушайте и читайте текст № 8

Текст №8.

### Разложение многочлена на множители.

**Разложить многочлен на множители** – это значит записать его в виде произведения одночленов и многочленов.

Основные способы разложения многочлена на множители – это:

- **вынесение общего множителя за скобки;**
- **способ группировки;**
- **применение (использование) формул сокращенного умножения.**

**1) Вынесение общего множителя за скобки.**

**Пример 1.** Разложить многочлен на множители:

а)  $15a^3x + 3a^2x - 9ax$

Общий множитель всех членов многочлена  **$3ax$** . Вынесем  **$3ax$**  за скобки

(Разделим каждый член многочлена на  **$3ax$** ).

$$15a^3x + 3a^2x - 9ax = 3ax \cdot 5a^2 + 3ax \cdot a - 3ax \cdot 3 = 3ax(5a^2 + a - 3).$$

Мы разложили многочлен  $15a^3x + 3a^2x - 9ax$  на множители:  **$3ax(5a^2 + a - 3)$** .



$$б) 12a^5b^6 - 9a^4bc^3d + 3a^3b^2c = \underline{3a^3b \cdot 4a^2b^5} - \underline{3a^3b \cdot 3ac^3d} + \underline{3a^3b \cdot bc} = 3a^3b(4a^2b^5 - 3ac^3d + bc).$$

## 2) Способ группировки

**Пример 2.** Разложить многочлен на множители:

а)  $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$

Члены этого многочлена не имеют общий множитель. Сгруппируем члены многочлена:

$$x^2y - z^2x + y^2x - yz^2 = (x^2y - z^2x) + (y^2x - yz^2);$$

В каждой группе найдем общий множитель и вынесем его за скобки:  $x(xy - z^2) + y(yx - z^2)$ .

В каждой группе есть общий множитель  $(xy - z^2)$ . Вынесем его за скобки:

$$x^2y - z^2x + y^2x - yz^2 = (x^2y - z^2x) + (y^2x - yz^2) = x(xy - z^2) + y(yx - z^2) = (xy - z^2)(x + y).$$

Мы разложили многочлен  $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$  на множители:  $(xy - z^2)(x + y)$  способом группировки.

## 3) Использование формул сокращенного умножения.

**Пример 3.** Разложить многочлен на множители:

а)  $27a^3 + 125b^3 = (3a)^3 + (5b)^3;$

Применим формулу "сумма кубов":

$$(3a)^3 + (5b)^3 = (3a + 5b) \cdot ((3a)^2 - 3a \cdot 5b + (5b)^2) = (3a + 5b) \cdot (9a^2 - 15ab + 25b^2).$$

Мы разложили многочлен  $27a^3 + 125b^3$  на множители  $(3a + 5b)(9a^2 - 15ab + 25b^2)$  с помощью формулы "сумма кубов".

б)  $9p^2 + 30pt + 25t^2 = (3p)^2 + 2 \cdot 3p \cdot 5t + (5t)^2 = (3p + 5t)^2.$

Мы разложили многочлен  $9p^2 + 30pt + 25t^2$  на множители  $(3p + 5t)^2 = (3p + 5t)(3p + 5t)$  с помощью формулы "квадрат суммы".

## Выполните упражнения.

**Упражнение №5.** Ответьте на вопросы.

1. Какие способы разложения многочлена на множители вы знаете?
2. Что значит фраза "разложить многочлен на множители"?
3. Какие формулы сокращенного умножения вы знаете?

**Упражнение №6.** Разложите многочлены на множители.

Какой способ вы использовали в каждом примере?

а)  $2a - 2b;$

г)  $ax - by - ay + bx;$

е)  $4a^8b - 40a^4b^2;$

б)  $5x - 3xy;$

д)  $a^3 + a^2 + a + 1;$

ж)  $xy + xz + uz + yu;$

в)  $10ax - 25bx - 20x^2;$

е)  $t^3 - t^5;$

з)  $b^3 + b^2c - b^2d - bcd.$

**Упражнение №7.** Упростите:

а)  $(a - 2b)^3 - (a + 2b)^3;$

б)  $(2a - x)^2 - 8(a - x^2) + 5(1 + a)(1 - a).$

**Упростите №8.** Упростите выражения. Выберите правильный ответ задания:

- 1)  $5x^2y(-2x^2y)^2 = ?$       А)  $-10x^4y^3$       Б)  $100x^6y^3$       В)  $20x^6y^2$       Г)  $20x^6y^3;$   
 2)  $12x(2p^{-3}x)^{-1} = ?$       А)  $24px^{-2}$       Б)  $6p$       В)  $6p^3$       Г)  $24p^{-3}.$

## Занятие №15.

### Действия с дробями.

### Тождественные преобразования рациональных выражений.

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

значение, -ия	valeur	مَوْهفم «ى نعمه»	value	anlam	məna
алгебраическая дробь	fraction algebrique	ى ربحرسك	algebraic fraction	cebirsəl kesir	səbri fəsil
одночлен, -ы	monome	محلا ديحو	monomial	tek terimli	miyom
многочлен, -ы	polinome	حوحلا ريك	polynomial	polinom	polinom
переменная, -ые	variable,	«	disposal	değişken	dəyişən

	inconnu	مجهول قیغت	variable		
область допустимых значений	domaine d'existence	تجویمسماطیط فملاالاجم	acceptable region	izin verilen aralik	icazə verilən sira
освободить/освободить (что?)	se debarrasser	للإفذا	rationalize	irrasyonel olmayan şey	səmərəsizliyindən azaddir
общийзнаменатель	denominateur commun	دجویملاط المقام	common denominator	ortak payda	ümumi məxrəc
изменять/изменить (что?)	changer	ریغی	transform	değiştirmek	dəyişiklik
не иметь смысла	cela n'a pas le sens	تجویمتیغ شامیلا	make no sense	hiç mantikli değil	heç bir mənası yoxdur

### ОБРАТИТЕВНИМАНИЕ

1. **Что** (И.п.) имеет**что** (З.в.)
  2. **Что** (И.п.) не имеет**чего** (Р.п.)
  3. **Чем** (Т.п.) называется**что** (И.п.)
- Выражение** имеет вид  $\frac{P}{Q}$ .
- Дробь** не имеет**смысла**.
- Алгебраической дробью** называется**выражение**,
- которое имеет вид  $\frac{P}{Q}$ , где P и Q – многочлены (Q ≠ 0).

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст № 9

**Текст №9.**

**Алгебраической дробью** называется**выражение**, которое имеет вид  $\frac{P}{Q}$ , где P и Q – многочлены (Q ≠ 0).

Многочлен P – числитель дроби; многочлен Q – знаменатель дроби.

Например:  $\frac{2}{a}$ ;  $\frac{5x-2}{1+x}$ ;  $\frac{(x^2-4)(2x+1)}{3x-2}$ ;  $\frac{ac+b}{ab-c}$  - это алгебраические дроби.

Если знаменатель дроби равен нулю, дробь не имеет смысла.

Значения переменной, при которых знаменатель дроби не равен нулю, называют **областью допустимых значений (ОДЗ)**.

Например: В дроби  $\frac{5x-2}{1+x}$  знаменатель  $1+x$  равен нулю, если  $x=-1$ . ( $1+x=0 \Rightarrow x=-1$ ). Область допустимых значений (ОДЗ) являются все действительные числа, кроме  $-1$ . **ОДЗ:**

$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

**Основное свойство алгебраической дроби:**

- если числитель и знаменатель алгебраической дроби умножить или разделить на одно и то же число, одночлен или многочлен, (не равный 0), то значение алгебраической дроби не изменится.

$\frac{P}{Q} = \frac{P \cdot R}{Q \cdot R}$ , (Q, R ≠ 0) целые алгебраические выражения.

Например:  $\frac{x^2}{(x-2)} = \frac{x^2(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2(x+2)}{x^2-4}$ .

**Сократить дробь** – это значит разделить числитель и знаменатель на их общий множитель, не равный нулю.

Например: а)  $\frac{5a}{10b} = \frac{5a:5}{10b:5} = \frac{a}{2b}$ ; б)  $\frac{18a^4 b^3 c}{12ab^4 c^2} = \frac{3a^3}{2bc}$ ;

$$в) \frac{a^2 - 5ab}{a^2b - 5ab^2} = \frac{a(a-5b)}{ab(a-5b)} = \frac{1}{b}; \quad з) \frac{m^2 - 2mn + n^2}{m-n} = \frac{(m-n)^2}{m-n} = m-n$$

### Действия с алгебраическими дробями.

#### 1) Привести дроби к общему знаменателю:

$$\frac{2}{3a^4b^2} \text{ и } \frac{7}{11a^2b};$$

Общий знаменатель этих дробей – это одночлен  $33a^4b^2$ .

$33a^4b^2 : 3a^4b^2 = 11$  – это дополнительный множитель к первой дроби;

$33a^4b^2 : 11a^2b = 3a^2b$  – это дополнительный множитель ко второй дроби.

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\frac{2}{3a^4b^2} = \frac{11 \cdot 2}{11 \cdot 3a^4b^2} = \frac{22}{33a^4b^2}; \quad \frac{7}{11a^2b} = \frac{7 \cdot 3a^2b}{11a^2b \cdot 3a^2b} = \frac{21a^2b}{33a^4b^2}$$

#### 2) Сложение и вычитание дробей

- с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}; \quad \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m};$$

- с разными знаменателями:

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{n} = \frac{an - bm}{mn}$$

$$\frac{13}{2x-6} + \frac{2x}{x^2-9} = \frac{13}{2(x-3)} + \frac{2x}{(x-3)(x+3)} = \frac{13(x+3) + 2x \cdot 2}{2(x-3)(x+3)} = \frac{13x + 39 + 4x}{2(x^2-9)} = \frac{17x + 39}{2(x^2-9)}$$

#### 3) Умножение дробей

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}; (b, d \neq 0); \quad \frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cxy} = \frac{9x^2b}{8y};$$

#### 4) Деление дробей

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}; (b, d \neq 0); \quad \frac{10a^5b^3c}{9d^4k^2} : \frac{5a^4b^4}{3d^7k} = \frac{10a^5b^3c}{9d^4k^2} \cdot \frac{3d^7k}{5a^4b^4} = \frac{2acd^3}{3k}$$

### Выполните упражнения.

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы.

1. Что называется алгебраической дробью?
2. Сформулируйте основное свойство алгебраической дроби.
3. Что значит фраза «сократить дробь»?

**Упражнение №2.** Сократите дробь:

$$а) \frac{a-b}{b-a}; \quad б) \frac{3x^3y}{-12x^2y^5}; \quad в) \frac{(a-b)^2}{b^2-a^2}; \quad г) \frac{a^2-5ab}{a^2b-5ab^2}$$

**Упражнение №3.** Выполните действия:

$$\begin{array}{lll}
 \text{а) } \frac{3}{ab} + \frac{2}{bc}; & \text{б) } \frac{a}{m^2} + \frac{ab}{mn} + \frac{b}{n^2}; & \text{в) } \frac{1}{a-2} - \frac{c}{b(2-a)}; \\
 \text{г) } \frac{5a-5b}{4a+4b} \cdot \frac{12a+12b}{15a-15b}; & \text{д) } 8a^2b^3 \cdot \left(\frac{4ab^2}{5cd}\right); & \text{е) } \\
 \frac{x^2+xy}{7x^2-7y^2} \cdot \frac{x^2-xy}{5x^3+5y^3}. & & 
 \end{array}$$

Упражнение №4. Найдите числовое значение выражения:

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab - b^2} \quad \text{при} \quad a = -0,5; \quad b = -1,5.$$

### Занятие №16.

### Корень. Свойства корня.

Задание №1. Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

корень/корни	racine	رذج	radical	kök	kök
показатель корня	exposant de racine	رذجلال ماعم	index of radical	kök göstergesi	kökünün göstercisi
выражение	expression	فراء	expression	ifade	ifadesi
подкоренное выражение	radicande	رذجلالت حة فراء	radical expression	yerli ifade	aboriginal ifade
извлекать/извлечь (что? из чего?)	extraire la racine	ج رختسإ	extract a root	özüt	çixariş
извлечение	extraction	ج ارختسإ	rooting	kök çikarma	bir kök çixarimasi
квадратный	racine carree	فءبءرء	square root	kare	kvadrat
кубический	racine cube	فءبءكء	cube root	kübik	kub
любой	n'importe quel	فء	some, certain	herhangi	hər hansı bir
арифметический	arithmetique	فء بلسء	arifmetical	aritmetic	aritmetic
неотрицательный	non négatif	فء بلسرءء	non-negative	negative olmayan	qeyri-mənfi
отрицательный	negative	ب لاسء	negative	negatif	mənfi
существовать	exister	ءءاوءءء	exist	mevcut	mövcuddur
натуральное число	nombre naturel	فءءبءط	natural number	döğal sayı	təbil sayda
действительное число	nombre réel	فء فءقءء	real number	ğerçek sayı	real sayda

#### ОБРАТИТЕВНИМАНИЕ!

1. Извлекать **что** (В.п.) из **чего** (Р.п.) Извлекать **корень** из **числа**.
2. Извлечение **чего** (Р.п.) из **чего** (Р.п.) Извлечение **корня** из **числа**.
3. Корень **какой** степени из **чего** (Р.п.) Корень **четвёртой** степени из **двух**.

Задание №2. Слушайте и читайте текст № 10.

**Текст №10.**

Если  $n$  – натуральное число ( $n \geq 2$ ),  $a$  и  $b$  – действительные числа и  $b^n = a$ , то  $\sqrt[n]{a} = b$

$\sqrt[n]{\quad}$  – математический знак корня;

$a$  – подкоренное выражение;  $n$  – показатель корня.

Пишем

$$\sqrt{a}$$

корень квадратный из  $a$ ;

$$\sqrt[3]{x}$$

корень кубический из  $x$ ;

Читаем

[Корень **какой** степени из **чего**]

$\sqrt[4]{2}$  корень **четвертой** степени из **двух**;  
 $\sqrt[21]{21}$  корень **двадцать первой** степени из **двадцати одного**;  
 $\sqrt[n]{a}$  корень **энной** степени из **a**;

[Корень степени сколько из чего]

$\sqrt[n+1]{5}$  корень степени **э плюс один** из **пяти**;  
 $\sqrt[k-1]{b}$  корень степени **ка минус один** из **b**.

### Основные свойства корня.

\*Корень чётной степени из положительного числа имеет два значения, равных по модулю и противоположных по знаку.

Например:  $\sqrt{16} = \pm 4$ ;  $\sqrt[4]{81} = \pm 3$ .

**Определение:** Арифметический корень **n-ой** степени из положительного числа **a** – это положительное число, **n-ая** степень которого равна **a**.

Например:  $\sqrt{25} = \pm 5$ ;

+5 – это арифметический квадратный корень из двадцати пяти;

$\sqrt[4]{81} = \pm 3$ ;

+3 – это арифметический корень четвёртой степени из восьмидесяти одного.

\*Если **n** – четное число ( $n=2,4,6,\dots$ ), то выражение  $\sqrt[n]{a}$  имеет смысл только при  $a \geq 0$ .

\*Корень чётной степени из отрицательного числа не существует. (Выражение  $\sqrt{-4}$  не имеет смысла).

\*Корень нечётной степени из положительного числа имеет только одно положительное значение.

Например:  $\sqrt[3]{8} = 2$ , (3 – нечётное число,  $8 > 0$ ,  $2 > 0$ ),

"корень кубический из восьми равен двум".

\*Корень нечётной степени из отрицательного числа имеет только одно отрицательное значение.

Например:  $\sqrt[5]{-32} = -2$ , (5 – нечётное число  $-32 < 0$ ,  $-2 < 0$ ),

"корень пятой степени из минус тридцати двух равен минус двум".

\*Корень любой степени из нуля равен нулю. ( $\sqrt[n]{0} = 0$ ).

### Выполните упражнения.

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы.

1. Что такое арифметический корень **n-ой** степени из положительного числа **a**?
2. Сформулируйте основные свойства корня.

**Упражнение №2.** Читайте. Напишите на русском языке:

- а)  $\sqrt[3]{3}$  ; б)  $\sqrt[3]{1}$  ; в)  $\sqrt[5]{11}$  ; г)  $\sqrt[7]{2}$  ; д)  $\sqrt[48]{48}$  ; е)  $\sqrt[k-2]{4}$  .

**Упражнение №3.** Сформулируйте основные свойства корня. Ответы напишите в тетрадь

**Задание №3.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

вносить/внести (что? куда?)	mettre sous la racine	طرحوا لخدأ	bring under the root	kökü altına getirmek	kök altında götürmek
выносить/вынести (кого? что? откуда?)	sortir de sous la racine	خارج	take out from under the root	kök altından çıkarmak	kök altında götürün

внесение	insertion de la racine	لاخذ	root insertion	kök ekleme	kök yerleşdirmə
вынесение	enlever de la racine	ياخذ بعيدا عن الجذر	taking away from the root	kökünden uzaklaşmak	kökdən uzaqlaşdı
множитель, -и	facteur	عامل	factor	faktör	çarpan
рассматривать/ рассмотреть (кого? что?)	considérer	شحيب	to consider	düşünmek	hesab et
упрощать/упростить (що?)	pour simplifier	طسيب	simplify	basitleştirmek	asanlaşdırm aq üçün
переменная, -ые	variable	تريتم	variable	değişken	dəyişən
алгебраическое выражение	expression algébrique	تريجولاء	algebraic expression	cebirsel ifade	cəbri ifadə
преобразовывать/ преобразовать (что?)	transformer	لوحيد	transform	dönüştürmek	çevirmək
соответствие	correspondant	الامتثال	conformity	uyma	eşleme
тождественноравен	identiquement égal	متساوية تماما	identically equal	aynı şekilde eşit	bərabər bərabərdir

### ОБРАТИТЕВНИМАНИЕ!

- |  |   |
|--|---|
| 1. Внести <b>что</b> (В.п.) <b>куда</b> (В.п.).                          | Внести <b>множитель</b> подкорень.      |
| 2. Внесение <b>чего</b> (Р.п.) <b>куда</b> /под <b>что</b> (В.п.)        | Внесение <b>множителя</b> подкорень.    |
| 3. Вынести <b>что</b> (В.п.) <b>откуда</b> /из-под <b>чего</b> (Р.п.)    | Вынести <b>множитель</b> из-подкорня.   |
| 4. Вынесение <b>чего</b> (Р.п.) <b>откуда</b> /из-под <b>чего</b> (Р.п.) | Вынесение <b>множителя</b> из-подкорня. |
| 5. Преобразовать <b>что</b> (В.п.)                                       | Преобразовать <b>выражение</b> .        |

**Задание №4.** Слушайте и читайте текст №11.

**Текст №11.**

### Действия с корнями

- Извлечение корня из произведения:  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$  ;
- Извлечение корня из дроби (частного):  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$  , ( $b \neq 0$ );
- Извлечение корня из корня:  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$  ;
- Возведение корня в степень:  $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$  ;
- Извлечение корня из степени:  $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$  ;
- Если  $0 < a < b$ , то  $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$  .

Например: Выполнить действия.

$$a) \sqrt[3]{1\frac{1}{8}} : \sqrt[3]{2\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9}{8}} : \sqrt[3]{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \cdot \frac{3}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 3}{8 \cdot 8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$$

Рассмотрим примеры действий с корнями.

#### 1) Вынесение множителя из-под корня.

Для чётной степени ( $n=2,4,6,\dots$ ): $\sqrt[n]{a^n} =  a $ ;	Для нечётной степени ( $n=3,5,7,\dots$ ): $\sqrt[n]{a^n} = a$ .
--	--

Например: Вынести множитель из-под корня.

$$a) \sqrt{a^3 b^5} ; \quad б) \sqrt[4]{81 a^5 b} , \quad в) \sqrt[3]{256 a^7 b^{15}}$$

$\left. \begin{array}{l} ab^2 \sqrt{ab} , \text{ если } a \neq 0; \end{array} \right\}$

$$a) \sqrt{a^3 b^5} = |a| b^2 \sqrt{ab} = -ab^2 \sqrt{ab}, \text{ если } a < 0.$$

$$б) \sqrt[4]{81 a^5 b} = \sqrt[4]{3^4 a^5 b} = 3a^2 \sqrt[4]{ab};$$

$$в) \sqrt[3]{256 a^7 b^{15}} = \sqrt[3]{2^8 a^7 b^{15}} = 2^2 a^2 b^5 \sqrt[3]{2a} = 4a^2 b^5 \sqrt[3]{4a}.$$

## 2) Внесением множителя под корень.

Для четной степени (n=2,4,6...) (b>0):	Для нечетной степени (n=3,5,7...) (b>0):
$a \sqrt[n]{a^n b} = \begin{cases} \sqrt[n]{a^n b} & \text{если } a \geq 0 \\ -\sqrt[n]{a^n b} & \text{если } a < 0 \end{cases}$	$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$

Например: Внести множитель под корень.

$$a) -11 \sqrt{\frac{x}{22}}; \quad б) 3 \sqrt{2}; \quad в) 2x^2 y \sqrt[3]{\frac{1}{2xy}}$$

$$a) -11 \sqrt{\frac{x}{22}} = -\sqrt{\frac{11^2 x}{22}} = -\sqrt{\frac{11x}{2}} = -\sqrt{5,5x};$$

$$б) 3 \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18};$$

$$в) 2x^2 y \sqrt[3]{\frac{1}{2xy}} = \sqrt[3]{\frac{2^3 (x^2)^3 y^3}{2xy}} = \sqrt[3]{\frac{8x^6 y^3}{2xy}} = \sqrt[3]{4x^5 y^2}.$$

### Выполните упражнения.

Упражнение №4. Вычислите.

$$a) \sqrt{0,09}; \quad б) \sqrt[4]{0,0016 \cdot 16^4}; \quad в) \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{15}} \sqrt{3}; \quad г) \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{48}}; \quad д) \sqrt[5]{(-3x^9)^{15}}$$

Упражнение №5. Выполните действия.

$$a) 1 \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{7 \frac{1}{9}}; \quad б) \sqrt{(-15)^2 + 25}; \quad в) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{153}}{\sqrt{17}} - \frac{\sqrt{304}}{\sqrt{19}} + \frac{\sqrt{1331}}{\sqrt{11}}$$

Упражнение №6. Установите соответствие между выражениями 1-4

и тождественно равными им выражениями А-Д при  $a \neq 0$ :

1) $\sqrt[4]{a+a+a+a}$	2) $\sqrt[3]{8a}$	3) $\sqrt[4]{a \cdot a \cdot a \cdot a}$	4) $\sqrt[4]{16a}$
А) $a$	Б) $\sqrt[4]{4a}$	В) $2 \sqrt[4]{2a}$	Г) $2 \sqrt[3]{a}$
		Д) $2 \sqrt[4]{a}$	

Упражнение №7. Какому из интервалов А-Д принадлежит число  $\sqrt{2^3 \cdot 5}$  ?  
 А) (2;3) Б) (5;8) В) (5;6) Г) (7;8) Д) (4;5)

Упражнение №8. Вынесите множитель из-под корня:

$$a) \sqrt[5]{32a^6 b}; \quad б) \sqrt[3]{81a^{17} b^7 c}; \quad в) \frac{a}{x} \sqrt[3]{\frac{27x^6 y^5}{12a^9 b^3}}; \quad г) \sqrt[3]{3x^{2n+1}}$$

Упражнение №9. Внесите множитель под корень:

а)  $ab \sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$  ; б)  $x^{24} \sqrt[3]{2a^3x}$  ; в)  $\frac{x^{m+1} \sqrt{y^{n+2}}}{y \sqrt{x^{2m}}}$  ; г)  $a \sqrt[n]{ab}$  .

**Упражнение №10.** Упростите выражение.

а)  $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$  ; б)  $(\sqrt{12} - 2\sqrt{75})\sqrt{3}$  ;  
 в)  $\frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}}$  ; г)  $\sqrt{(\sqrt{5} - 2,5)^2} - \sqrt[3]{(1,5 - \sqrt{5})^3} - 1$   
 д)  $(2\sqrt{320} - 7\sqrt{20} - \sqrt{45})^2 + 20$  .

**Упражнение №11.** Укажите интервал, которому принадлежит число  $\sqrt[3]{3^2(-2)}$   
 Выберите правильный ответ задания.

А) (-5;-3)    Б) (3;4)    В) (4;5)    Г) (5;6)

**Упражнение №12.** Найдите значения выражения. Выберите правильный ответ задания.

1)  $\sqrt{48} - \sqrt{27} = ?$  А)  $\sqrt{3}$     Б)  $5\sqrt{3}$     В) 3    Г)  $-\sqrt{3}$   
 2)  $\sqrt{0,16} - \sqrt{9} = ?$  А) -2,96    Б) 2,96    В) 2,6    Г) -2,6

### Занятие №17.

#### Освобождение от иррациональности числителя и знаменателя дроби

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

Иррациональный, -ая, -ое, -ые	irrationnel		irrational	irrasyonel	irrasional
Иррациональность, -и	l'irrationalité	عامصلاحي	irrationality	mantıksızlık	irrationality
Исключать/исключить (кого? что?)	éliminer l'irrationalité	ليريدفندح ✦ ✦	eliminate irrationality	irrasyonelliği ortadan kaldırmak	irrationality aradan qaldırmaq
Избавиться (о чего?)	se libérer de l'irrationalité	✦ ينفيدليريد	break free from irrationality	mantıksızlıkta n kurtulmak	səmərəsizliyində n azad olun
Дробный показатель	exposan fractionnaire	پرسكلاس ا	fractional exponent	kesirli üs	fraksiya göstəricisi
Содержать (что?)	contenir	يوتحيدي	contain	içermek	ehtiva edir
Степень, -и	degré de	سأ	degree of	sayının derecesi	nömrə dərəcəsi
Рациональный показатель	exposan rationnel	✦ س لأو موقلا رلدم	rational indicator	rasyonel gösterge	rasional göstərici

#### **ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!**

1. **Что** (И.п.) содержит **что** (В.п.)  
**Алгебраическое выражение** содержит **переменную** под знаком корня или в дробной степени.
2. Исключить **что** (В.п.) из **чего** (Р.п.)  
 Исключить **иррациональность** из **числителя** или **знаменателя**.
3. Избавиться **от чего** (Р.п.) **где** (П.п.)  
 Избавиться **от иррациональности** в **знаменателе**.
4. **Чем** (Т.п.) называется **что** (И.п.)  
**Степень** числа  $a > 0$  с рациональным показателем

$$r = \frac{m}{n} \text{ называется число } \sqrt[m]{a^n} .$$

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст №12.

#### Текст 12.

Если алгебраическое выражение содержит переменную под знаком корня, то оно называется **иррациональным**.



Например:  $x+2\sqrt{\chi a}$  ;  $\sqrt[3]{a}$  ;  $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}$  - это **иррациональные** выражения.

**Избавиться от иррациональности** в числителе или знаменателе дроби – это значит сделать так, чтобы числитель или знаменатель не содержали корней.

Чтобы исключить иррациональность из знаменателя дроби  $\frac{A}{\sqrt[n]{a^k}}$  ( $n > k$ ,  $a > 0$ ), нужно умножить числитель и знаменатель дроби на выражение  $\sqrt[n]{a^{n-k}}$ .

$$\left( \frac{\sqrt[n]{a^k}}{\sqrt[n]{a^{n-k}}} = \sqrt[n]{a^{k+n-k}} = \sqrt[n]{a^n} = a \right) \frac{A}{\sqrt[n]{a^k}} = \frac{A}{\sqrt[n]{a^k}} \frac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{\sqrt[n]{a^{n-k}}} = \frac{A \sqrt[n]{a^{n-k}}}{a}$$

Например: Избавиться от иррациональности в знаменателе.

а)  $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$  ; б)  $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$  ; в)  $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

а)  $\frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3 \sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{3^2}} = \frac{3 \sqrt[3]{3}}{3} = \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9}$  ; б)  $\frac{1}{\sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b} \sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{(a+b)^2}} = \frac{\sqrt{a+b}}{a+b}$

в)  $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{7-2} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{5} = 2(\sqrt{7}+\sqrt{2})$

**Выполните упражнения:**

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы. Ответы напишите в тетрадь.

1. Какое выражение называется иррациональным?
2. Что значит "избавиться от иррациональности"?

**Упражнение №2.** Избавьтесь от иррациональности в знаменателе.

а)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  ; б)  $\frac{4-x^2}{\sqrt{2-x}}$  ; в)  $\frac{x^2}{\sqrt[5]{x^4}}$  ; г)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$  .

**Задание №3.** Слушайте и читайте текст №13.

**Текст №13.**

**Степень с рациональным показателем**

**Определение:** Степенью числа  $a > 0$  с рациональным показателем  $r = \frac{m}{n}$ ,  $\sqrt[n]{a^m}$ , (m – целое число; n – натуральное число, n > 1), называется число

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Пишем

Читаем

$a^{\frac{1}{2}}$   $a$  в степени одна вторая ( $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ );

$a^{\frac{1}{3}}$   $a$  в степени одна третья ( $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ );

$b^{\frac{2}{3}}$   $b$  в степени двенадцатых ( $b^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{b^2}$ );

а)  $7^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{7}$ ; б)  $2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$ ; в)

$$a^{-\frac{7}{15}} = \sqrt[15]{a^{-7}} = \sqrt[15]{\frac{1}{a^7}} = \frac{1}{\sqrt[15]{a^7}}$$

Степень числа 0 существует только для положительных показателей;

$$0^r = 0 \text{ для любого } r > 0$$

$a^r > 0$  для любого положительного числа  $a$  ( $a > 0$ ) и любого рационального числа  $r$ .

Например: Вычислить  $8^{\frac{1}{3}}$ ;  $81^{\frac{3}{4}}$ ;  $128^{-\frac{2}{7}}$ .

$$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2; \quad 81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27; \quad 128^{-\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{128^{-2}} = (\sqrt[7]{128})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

Если  $a < 0$ , то рациональная степень числа  $a$  не существует.

Для любых рациональных чисел  $r$  и любых положительных  $a$  и  $b$  справедливы равенства:

1.  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

2.  $a^r : a^s = a^{r-s}$

3.  $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$

4.  $(ab)^r = a^r b^r$

5.  $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

Преобразовать выражение = упростить = выполнить действия.

Например: Преобразовать выражения (Упростить).

а)  $\sqrt{\sqrt{5}} (\sqrt[3]{\sqrt{5}} : \sqrt[4]{\sqrt{5}})^2 = \sqrt{5} (\sqrt[6]{5} : \sqrt[8]{5})^2 = \sqrt{5} \left(\frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[8]{5}}\right)^2 = \sqrt{5} \frac{\sqrt[6]{5^2}}{\sqrt[8]{5^2}} = \sqrt{5} \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{5}$

б)  $(\sqrt[4]{40} \cdot 2^{\frac{1}{4}}) : 5^{-\frac{3}{4}} = 40^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = 2^1 \cdot 5^1 = 10$ .

### Выполните упражнения:

**Упражнение №3.** Ответьте на вопросы.

1. Что называется степенью числа с рациональным показателем?
2. Какие свойства степени с рациональным показателем вы знаете?

**Упражнение №4.** а) Напишите на русском языке;

б) запишите в виде корня.

а)  $2^{\frac{1}{2}}$ ; б)  $9^{\frac{2}{3}}$ ; в)  $12^{\frac{1}{3}}$ ; г)  $4^{-\frac{3}{4}}$ .

**Упражнение №5.** Напишите в виде степени с дробным показателем.

Результат напишите на русском языке.

a)  $\sqrt{5}; \sqrt[3]{17}; \sqrt[5]{3^6}; \sqrt[8]{7^{-5}}; \sqrt[9]{0,125^2};$

б)  $\sqrt[7]{a^4}; \sqrt[8]{a^9}; \sqrt[12]{b^{-5}}; \sqrt[11]{5c^2}; \sqrt[3]{a-b}.$

$100^{\frac{1}{2}}; 9^{-\frac{1}{2}}; 0^{\frac{5}{6}}; 8^{\frac{1}{3}}; (\frac{27}{8})^{-\frac{2}{3}}; 0,64^{-1,5}$

**Упражнение №6.** Вычислите:

**Упражнение №7.** Выполните тождественное преобразование выражения

Выберите правильный ответ задания.

$\sqrt[7]{p^2} = ?$

A)  $p^{\frac{2}{7}}$

Б)  $p^5$

В)  $p^{7,2}$

Г)  $p^{\frac{7}{2}}$

$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{x}}}{x^2} = x^p$

**Упражнение №8.** Найдите показатель  $p$  в равенстве:

## Занятие №18

### Векторы

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

вектор, -ы	vecteur	هچتم	vector	vektör	vektor
начало, -а	le début du vecteur	بیلدیر	the beginning of the vector	vektörün başlangıcı	vektorun başlanğıcı
конец, -ы	fin de vecteur	بایهاند	end of vector	vektörün sonu	vektorun sonu
направление, -ия	direction	ماجتا	direction	yön	istişameti
отрезок, -и	segment	عزج	line segment	bölüm	segment
направленный отрезок	segment dirigé	هچتم عزج	directed segment	yönlendirilmiş segment	istişametlendirilmiş segment
изображать/изобразить (что? как? где?)	peindre dessiner	میسرید	draw	çizmek	çäkmək
стрелка, -и	aiguille	مهس	arrow	ok	arrow
показывать/показать (что?)	montrer	رهنایه نیشیه	show	gösteri	şou
обозначать/обозначить (что? как?)	designer	میرا عی رل نشا	denote	işaret	göstermək
лежать (где?)	être situe	مبتدی	to be located	bulunmak	yerləşdirilməlidir
параллельный, -ая, -ое, -ые	parallele	پاراللته	parallel	paralel	paralel
параллельно	parallement	پاراللته	parallel	paralel olarak	paralel olaraq
прямая линия = прямая	ligne droite	میرا قسماط	straight line	düz çizgi	düz xətt
одинаково направленные	également dirigé	میرا قسماط قسماط	equally directed	eşit olarak yönlendirilmiş	bərabər yönləndirilmişdir
противоположно направленные	directions opposées	میرا قسماط تالاب	oppositely directed	zıt yönler	əks istişamətlərdə
абсолютная величина = модуль	valeur absolue d'un nombre	میرا قسماط م	absolute value	mutlak deęer	mütləq dəyər
длина, -ы	longueur	ل و ط	length	uzunluk	uzunluęu
равный, -ая, -ое, -ые	egal	پولسم	equal	eşit	bərabərdir
правило, -а	la règle	میرا قسماط ادر	the rule	kural	qayda
треугольник, -и	triangle	میرا قسماط	triangle	üçgen	üçbucaq
параллелограмм, -ы	parallelogramme	میرا قسماط لای زلو	parallelogram	paralelkenar	paraleloqram
теорема косинусов	théorème du cosinus	میرا قسماط لای زلو	cosine theorem	kosinüs teoremi	kosin teoremi
скалярное произведение	produit scalaire	میرا قسماط	scalar product	nokta ürünü	nöqtə məhsulu

угол, -ы	angle	ةياواز	angle	açı	künc
находить/найти (что? из чего?)	trouver	دجيد	find	bulmak	tapmaq
зависеть (отчего?)	dépendre	تعتمد	depend	bağlı olmak	asılıdır
вместо (чего?)	à la place de	في مكان	instead of	yerine	əvəzinə
располагать/ расположить (что?где?)	situer, disposer	المتخلص	situate, dispose	öğütücü	köməkçi

### ОБРАТИТЕВНИМАНИЕ!

1. **Что**(И.п.) изображают**чем**(Т.п.) **Вектор** изображают**отрезком****стрелкой**.
2. **Что**(И.п.) показывает**что**(В.п.) **Стрелка**показывает**направление** вектора.
3. **Что**(И.п.) не зависит**отчего**(Р.п.) **Модуль** вектора не зависит**отнаправления** вектора.
4. **Что**(И.п.) обозначают**чем**(Т.п.) **Вектор**обозначают**одной****маленькой латинской буквой**.
5. **Вместо****чего** (Р.п.) изображают**что**(В.п.) **Вместо****слова** «вектор» над буквами изображают **стрелку****или****черту**.

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст №14.

Текст 14.

**Определение:** **Вектор** – это направленный отрезок.

(**Вектор** – это отрезок, который имеет направление).

Вектор изображают**отрезком****стрелкой**. Стрелкапоказывает**направление** вектора.

Вектор обозначают**одной****маленькой латинской буквой**или**двумя****большими латинскими буквами**. **Вместо** слова «вектор» над буквами изображают**стрелку****или****черту**.

**Пишем**

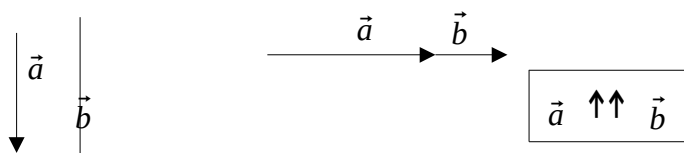
$\vec{a}$   
 $\overrightarrow{AB}$

**Читаем**

вектор  $a$   
вектор  $AB$

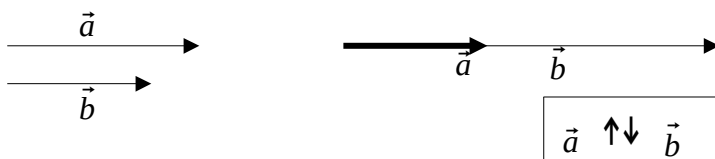


Если векторырасположены на одной**прямой**или на параллельных**прямых** иимеют**одинаковое** направление, то это**одинаково направленные**векторы.



(Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  **одинаково направленные**).

Если**векторы**расположены на одной**прямой**или на параллельных**прямых** иимеют **противоположное** направление, то это**противоположно направленные** векторы.



(Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  **противоположно направленные**).

**Абсолютная величина (модуль) вектора** – это**длина**отрезка, которыйизображает вектор.

Модуль вектора обозначают:  $|\vec{a}|$  или  $|\overrightarrow{AB}|$ .



**Пишем**

$$|\vec{a}|=2$$

**Читаем**

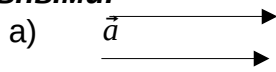
Модуль вектора  $\vec{a}$  равен двум.

$|\vec{a}|^2 = a^2$  Квадрат модуля равен квадрату вектора.

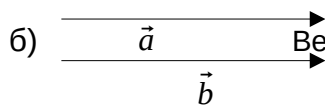
Модуль вектора не зависит от направления вектора.

Если векторы одинаково направлены и имеют равные модули, то они называются **равными**.

Например:  
 $\vec{b}$



Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  не являются равными.  
(имеют равные модули, но направления противоположны).

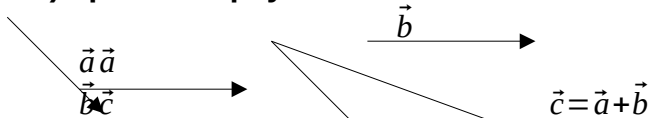


Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны.  
 $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b} \quad |\vec{a}| = |\vec{b}|$

Нулевой вектор обозначают  $\vec{0}$ . Нулевой вектор не имеет направления.  $|\vec{0}| = 0$ .  
Все нулевые векторы равны.

### Сложение векторов.

#### а) правило треугольника

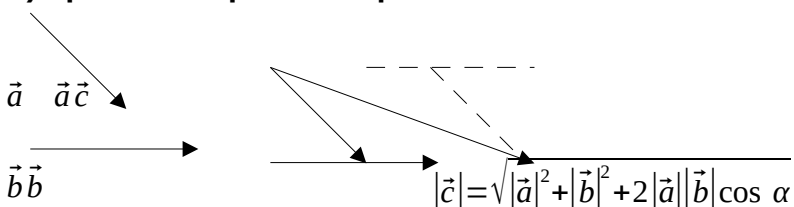


Сумма векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  - это вектор  $\vec{c}$ . Начало этого вектора - это начало вектора  $\vec{a}$ . Конец этого вектора - это конец вектора  $\vec{b}$ . (Длину вектора находим по теореме косинусов)

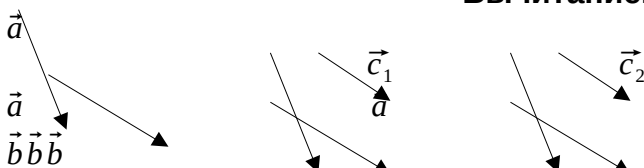
$$|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha}$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

#### б) правило параллелограмма



### Вычитание векторов



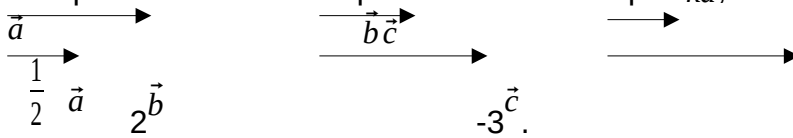
Разность векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  - это вектор  $\vec{c}_1$ .  
Разность векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{a}$  - это вектор  $\vec{c}_2$ .

$$\vec{c}_1 \uparrow \downarrow \vec{c}_2$$

$$|\vec{c}_1| = |\vec{c}_2| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha}$$

### Умножение вектора на число

- Произведением ненулевого вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  ( $k \neq 0$ ) - это вектор, который
- одинаково направленный с вектором  $\vec{ka}$ , если  $k > 0$ ;
  - противоположно направленный с вектором  $\vec{ka}$ , если  $k < 0$ .



$$\left| \frac{1}{2} \vec{a} \right| = \frac{1}{2} |\vec{a}| \quad \left| 2\vec{b} \right| = 2 |\vec{b}| \quad \left| -3\vec{c} \right| = |-3| |\vec{c}| = 3 |\vec{c}|$$

### Скалярное произведение векторов

Обозначение:  $(\vec{a}; \vec{b})$

Пишем

Читаем

$(\vec{a}; \vec{b})$  скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Скалярное произведение векторов - это число, которое равно произведению модулей (абсолютных величин) векторов на косинус угла между ними.

$$(\vec{a}; \vec{b}) = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \gamma \quad (*)$$

Если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  перпендикулярны (угол между векторами равен  $90^\circ$ ), то их скалярное произведение равно 0.

Перпендикулярность векторов обозначают:  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

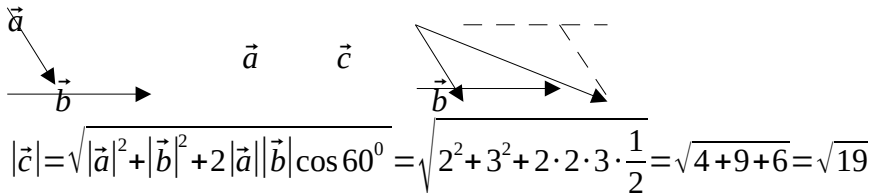
Из формулы скалярного произведения (\*) можно найти угол между векторами:

$$\cos \gamma = \frac{(\vec{a}; \vec{b})}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

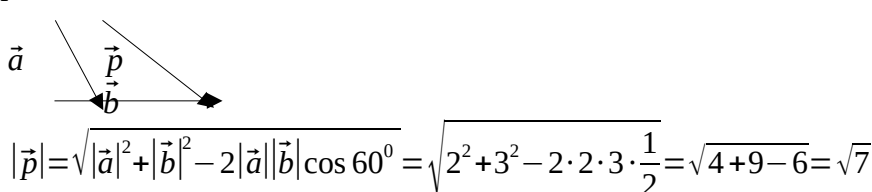
Пример 1: Дано векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ . Угол между векторами  $\gamma = 60^\circ$ .

Изобразите векторы.  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$ . Найдите модули векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{p}$ .

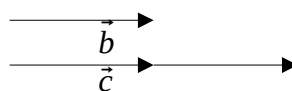
а)  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  (Используем правило параллелограмма)



б)  $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$

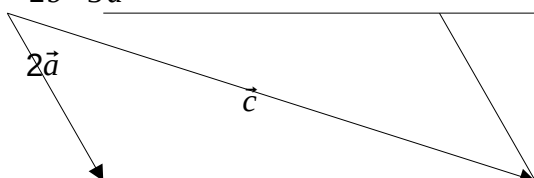


в)  $\vec{c} = 2\vec{b}$



$$|\vec{c}| = 2|\vec{b}| = 2 \cdot 3 = 6.$$

г)  $\vec{c} = 2\vec{b} + 3\vec{a}$



$$\sqrt{2\vec{a}^2 + |\vec{3b}|^2 + 2|\vec{2a}||\vec{3b}|\cos 60^\circ} = \sqrt{4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{16 + 81 - 36} = \sqrt{61}$$

**Пример 2:** Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;  $2\vec{a}$  и  $3\vec{b}$

а)  $(\vec{a}; \vec{b}) = |\vec{2a}||\vec{3b}|\cos 60^\circ = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3$ ;

б)  $(2\vec{a}; 3\vec{b}) = |\vec{2a}||\vec{3b}|\cos 60^\circ = 4 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = 18$

**Выполните упражнения.**

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы.

1. Что такое вектор?
2. Как изображают вектор? Как обозначают вектор?
3. Какие векторы называются одинаково направленными?
4. Какие векторы называются одинаково направленными?
5. Какие векторы называются равными?
6. Что такое модуль вектора?
7. Что такое скалярное произведение векторов?

**Упражнение №2.** Решите задачи 1-4.

1) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Угол между векторами равен  $0^\circ$ . Найдите  $|\vec{k}|$ , если  $\vec{k} = \vec{m} - \vec{c}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

2) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Угол между векторами равен  $180^\circ$ . Найдите  $|\vec{k}|$ , если  $\vec{k} = \vec{m} + \vec{c}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

3) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Угол между векторами равен  $90^\circ$ . Найдите  $|\vec{k}|$ , если а)  $\vec{k} = \vec{m} + \vec{c}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .  
б)  $\vec{k} = \vec{m} - \vec{c}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

4) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Угол между векторами равен  $30^\circ$ . Найдите  $|\vec{n}| = -2\vec{c} + 3\vec{m}$ . Изобразите  $\vec{n}$ .

5)  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 1$ . Напишите информацию на русском языке. Изобразите её.

**Занятие №19**

**Решение задач.**

**Выполните упражнения.**

**Упражнение №1.** Читайте:

Вектор, векторы, направление вектора, равные векторы, модуль вектора, одинаково направленные векторы, противоположно направленные векторы, сумма векторов, разность векторов, произведение векторов, угол между векторами, изобразить векторы.

**Упражнение №2.** Закончите фразы:

- а) Вектор – это отрезок.... ;
- б) .....показывает направление вектора;
- в) Если векторы расположены на одной прямой или на параллельных прямых и имеют одинаковые направления, то они называются..... ;
- г) Если векторы имеют одинаковые направления и....., то это равные векторы;
- д) Если векторы перпендикулярные, то их скалярное произведение .....

**Упражнение №3.** Напишите информацию на русском языке. Изобразите её.

$$a) \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$$

$$б) |\vec{a}| = |\vec{b}| = 3$$

$$в) \vec{c} = 4\vec{a};$$

$$г) \vec{m} \perp \vec{p};$$

$$д) \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b} \quad |\vec{a}| = 1; \quad |\vec{b}| = 2$$

$$е) (\vec{a}; \vec{b}) = 1$$

**Упражнение №4.** Решите задачи 1-4.

1) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 1, |\vec{m}| = 4$ . Угол между векторами равен  $60^\circ$ .

Найдите  $|\vec{k}|$ , если  $\vec{k} = 2\vec{m} + \vec{c}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

2) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3, |\vec{m}| = 2$ . Угол между векторами равен  $0^\circ$ .

Найдите  $|\vec{k}|$ , если  $\vec{k} = \vec{c} - 2\vec{m}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

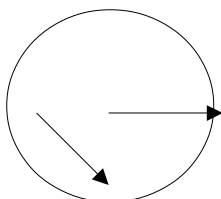
3) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 2, |\vec{m}| = 4$ . Угол между векторами равен  $90^\circ$ .

Найдите  $|\vec{k}|$ , если а)  $\vec{k} = 2\vec{c} + \vec{m}$ . б)  $\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{m} - \vec{c}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

4) Дано векторы  $\vec{c}$  и  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3, |\vec{m}| = 1$ . Угол между векторами равен  $180^\circ$ .

Найдите  $|\vec{k}|$ , если  $\vec{k} = -\vec{c} + 2\vec{m}$ . Изобразите  $\vec{k}$ .

**Упражнение №5.** Дано:  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 2; \vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$



. Углы между векторами  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_3$  и  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  равны

Изобразите:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2; \vec{F}_2 - \vec{F}_3; \vec{F}_1 + \vec{F}_3,$

Вычислите:  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|; |\vec{F}_2 - \vec{F}_3|; |\vec{F}_1 + \vec{F}_3|.$

## Занятие №20

### Радианная мера измерения углов и дуг.

### Тригонометрические функции. (Повторение).

**Задание №1.** Слушайте, повторяйте и читайте слова и словосочетания:

угол/углы	angle, coin	هجوم	angle	açı	künc
луч, -и,	rayon	عائش	ray	kiriş	ray
фигура, -ы	une figure	شكل، رسم	figure	bir rakam	bir rəqəm
общее начало	début commun	بداية	common beginning	ortak başlangıç	ümumi başlanğıc
образовывать/ образовать (что?)	former	أشياء، كون	form	biçimlemek	qurmaq
вершина, -ы	le top	قمة، ذروة، رأس	top	üst	üst
сторона, -ы	cote	جانب، وجهة، ضلع	side	kenarı	tərəfi
плоский угол	angle plat	قيوتسمة يو از	flat angle	düz açı	düz açı
ограничивать/ ограничить (что?чем?)	limiter, restreindre	دح	limit	sınır	məhdudlaşdırmaq
центральный угол	angle central	قيوتسمة يو از	central angle	merkezi açı	mərkəzi açı
дуга, -и	arc	سوف	arc	yay	arc
длина дуги	longueur de l'arc	سوقلا لوط	arc length	ark uzunluğu	yay uzunluğu
огружность, -и	cercle	حد الدائرة	circle	daire	daire
всередине	au milieu	لخادو	in the middle	ortada	ortada
соответствовать (чему?)	correspondre	قباطة	correspond	uygun	uyğun



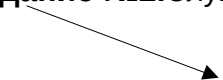
измерять/измерить (что? чем? как?)	mesurer	ساق	to measure	ölçmek	tədbir
градус, -ы	degré	تجردي	degree	derece	dəğəcə
градусная мера	degré mesure	تاجردي ساق	degree measure	derece ölçüsü	dəğəcə ölçüsü
полный оборот	tour complet	قلماعة رويد	full turn	tam dönüş	tam növbəsində
описывать/описать (что?)	tracer	طاحا	delineate	betimlemek	təsvir etmək
радиус окружности	rayon de cercle	رنا دارط قفص	radius of circle	daire yarıçapı	dairə radiusu
радиан, -ы	radian	يرطق ففص	radian	radyan	radyan
радианная мера	mesure en radians	قياس	radian measure	radyan ölçüsü	radian tədbir
точное значение	valeur exacte	تقرقلا	exact value	kesin değer	dəqiq dəyər
выражать/выразить (что? чем?)	dénoter	عبر عن	denote	ekspres	ifadə
зависимость, -и	la dépendance	ة فلاء	addiction, dependence	bağımlılık	asılılıq
единица/единицы измерения	unité de mesure	ساققات ا دحو		ölçü birimi	tədbir vahidi

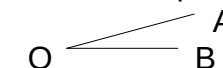
### ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

- Что** (И.п.) образовано **чем** (Т.п.) **Фигура** образована **двумя лучами**.
- Что** (И.п.) ограничено **чем** (Т.п.) **Часть плоскости** ограничена сторонами угла.
- Что** (И.п.) **расположено где** (П.п.)
- Что** (И.п.) соответствует **чему** (Д.п.) **Часть окружности** расположена **в середине** плоского угла.
- Что** (И.п.) измеряют **чем** (П.п.) **Дуга окружности** соответствует центральному углу.
- Что** (И.п.) выражается **чем** (Т.п.) **Углы дуги** измеряются в градусах и радианах. **Радианная и градусная меры** выражаются зависимостью:  $180^\circ = \pi$  радиан.

**Задание №2.** Слушайте и читайте текст №15.

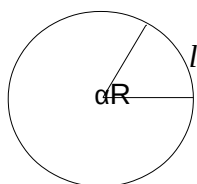
Текст 15.


 OA – это луч.      O – это начало луча.  
**Угол** – это фигура, которая образована двумя лучами с общим началом.


 Пишем      Читаем  
 $\angle$  **AOB**      угол AOB

Точка O – вершина угла; лучи OA и OB – стороны угла.

**Окружность** – это замкнутая плоская кривая линия, все точки которой равноудалены от данной точки (центра окружности), лежащей в той же плоскости, что и кривая.



Отрезок **R**, соединяющий центр окружности с любой точкой, (а также длина этого отрезка) называется **радиусом**.

**Центральный угол ( $\alpha$ )** – это угол, образованный двумя радиусами.

**Дуга (I)** – это часть окружности, которая расположена между двумя ее точками.

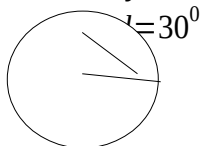
**Углы дуги** измеряются в градусах и радианах.

**Угол в 1 градус** – это угол, который равен  $\frac{1}{360}$  части полного оборота.

**Дуга в 1 градус** – это дуга, которую описывает точка луча при повороте этого луча на угол в 1 градус.

$\frac{1}{60}$  часть градуса – это минута (1')  $\frac{1}{60}$  часть минуты – это секунда (1").

**Градусная мера дуги окружности** – это градусная мера соответствующего ей центрального угла.



**Радян** – угол, который соответствует дуге, длина которой равна её радиусу.

1 радиан  $\hat{=} 57^{\circ}17'$

Точное значение радиана в градусах выражается дробью  $\frac{180^{\circ}}{\pi}$ .

$$1 \text{ радиан} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \approx 57^{\circ}$$

Радянная и градусная меры выражаются зависимостью  $180^{\circ} = \pi$  радиан.

$$1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ радиан. Угол } n^{\circ} \text{ равен } \frac{\pi n}{180^{\circ}} \text{ радиан.}$$

$$l = \frac{\pi n^{\circ}}{180^{\circ}}$$

Это формула перехода от градусной меры к радианной.

**Пример 1.** Выразить в радианах углы  $30^{\circ}$ ,  $72^{\circ}$ ,  $120^{\circ}$ .

$$n=30^{\circ} \quad l_{30^{\circ}} = \frac{\pi \cdot 30^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\pi}{6}; \quad n=72^{\circ} \quad l_{72^{\circ}} = \frac{\pi \cdot 72^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{2\pi}{5};$$

$$n=120^{\circ} \quad l_{120^{\circ}} = \frac{\pi \cdot 120^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{2\pi}{3}.$$

$$1 \text{ радиан} = \frac{180^{\circ}}{\pi}. \quad \text{Угол в } \alpha \text{ радиан равен } \frac{180^{\circ} \alpha}{\pi}$$

$$n^{\circ} = \frac{180^{\circ} l}{\pi}$$

Это формула перехода от радианной меры к градусной.

**Пример 2.** Выразите в градусах  $3$  рад,  $\frac{7\pi}{6}$  рад,  $-\pi$  рад.

$$l=3 \text{ рад} \quad n_{3 \text{ рад}} = \frac{180^{\circ} \cdot 3}{\pi} = \frac{570^{\circ}}{\pi} \approx 172^{\circ};$$

$$l = \frac{7\pi}{6} \text{ рад} \quad n_{\frac{7\pi}{6} \text{ рад}} = \frac{180^{\circ} \cdot \frac{7\pi}{6}}{\pi} = \frac{180^{\circ} \cdot 7\pi}{6 \cdot \pi} = 210^{\circ};$$

$$l = -\pi \text{ рад} \quad n_{-\pi} = \frac{180^0 \cdot (-\pi)}{\pi} = -180^0$$

**Выполните упражнения.**

**Упражнение №1.** Ответьте на вопросы:

1. Какие единицы измерения углов вы знаете?
2. Что называется радианной мерой угла?
3. Изобразите дугу  $120^0$  и её центральный угол. Выразите длину дуги в радианах.

**Упражнение №2.** Выразите в радианах:  $75^0$ ;  $1000^0$ ;  $108^0$ ;  $-300^0$ ;  $-15^0$ .

$$\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 5\pi; -\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; 8; -2.$$

**Упражнение №3.** Выразите в градусах:

**Упражнение №4.** Какие углы (в градусах и радианах) описывает минутная стрелка за 5 минут, за 20 минут, за 50 минут?

**Задание №3.** Слушайте и читайте текст №16.

**Текст 16.**

Радианную меру угла часто используют в тригонометрических выражениях.

$\sin 1$  обозначает синус угла в 1 радиан;

$\sin \frac{\pi}{4}$  обозначает синус угла в  $\frac{\pi}{4}$  радиан;  
 $\sin x$  обозначает синус угла в  $x$  радиан.

Каждому значению  $x$  соответствует определенное значение синуса. Поэтому можно говорить, что синус – это функция с областью определения  $(-\infty; +\infty)$ .  
 Косинус – тоже функция с областью определения  $(-\infty; +\infty)$ .  
 Область значений синуса и косинуса – это интервал  $[-1; 1]$ .

Каждому числу, кроме  $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$  соответствует определенное значение тангенса. Тангенс – это функция. Её область определения состоит из всех чисел,

кроме  $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$ .

Область определения функции котангенс состоит из всех чисел, кроме  $0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi \dots$ . Области значений функций тангенс и котангенс – это все действительные числа, т.е. интервал  $(-\infty; \infty)$ .

**Синус, косинус, тангенс и котангенс называют тригонометрическими функциями.**

Косинус – четная функция  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ .

Синус, тангенс, котангенс – нечетные функции  
 $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ ;  $tg(-\alpha) = -tg \alpha$ ;  $ctg(-\alpha) = -ctg \alpha$ .

Функции синус, косинус, тангенс и котангенс – периодические.

Период функций синус и косинус равен  $2\pi$ .

Период функций тангенс и котангенс равен  $\pi$ .

$$\sin(\alpha \pm 2\pi n); \cos(\alpha \pm 2\pi n); tg(\alpha \pm \pi n); ctg(\alpha \pm \pi n).$$

Пример 1. Вычислите: а)  $\sin 7\pi$ ; б)  $\sin\left(\frac{-11}{2}\pi\right)$ ; в)  $\cos 5\pi$ ; г)  $\operatorname{tg}\left(\frac{-13}{4}\pi\right)$

**Решение:**

а)  $\sin 7\pi = \sin(3 \cdot 2\pi + \pi) = \sin\pi = 0$ ;

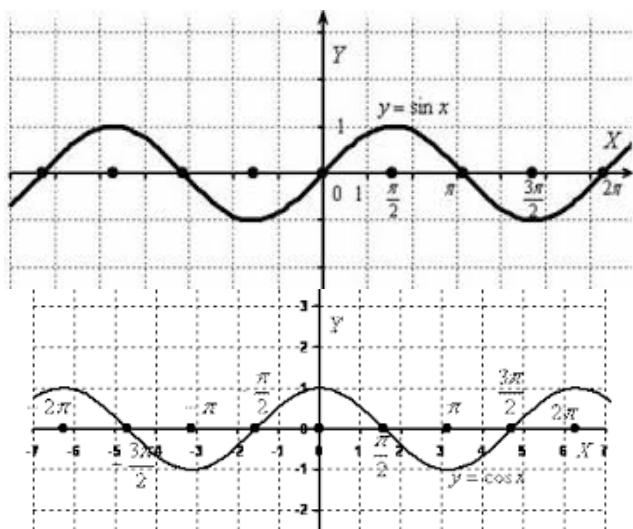
б)  $\sin\left(\frac{-11}{2}\pi\right) = -\sin\frac{11}{2}\pi = -\sin\left(6\pi - \frac{1}{2}\pi\right) = -\sin\left(\frac{-1}{2}\pi\right) = \sin\frac{1}{2}\pi = 1$ ;

в)  $\cos 5\pi = \cos(2 \cdot 2\pi + \pi) = \cos\pi = -1$ ;

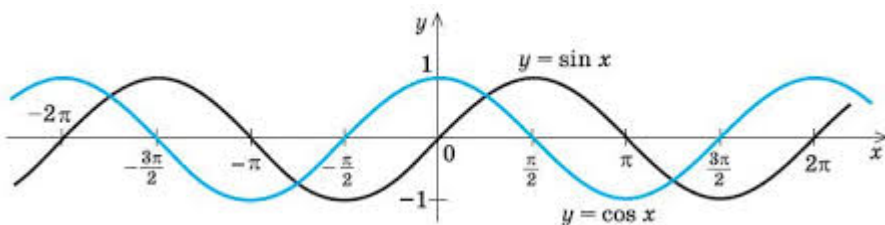
г)  $\operatorname{tg}\left(\frac{-13}{4}\pi\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{13}{4}\pi\right) = -\operatorname{tg}\left(3\pi + \frac{1}{4}\pi\right) = -\operatorname{tg}\frac{1}{4}\pi = -1$ .

Числовые функции  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  называют синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом.

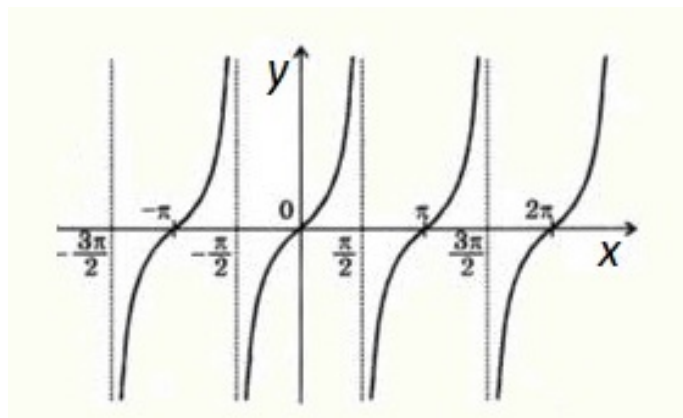
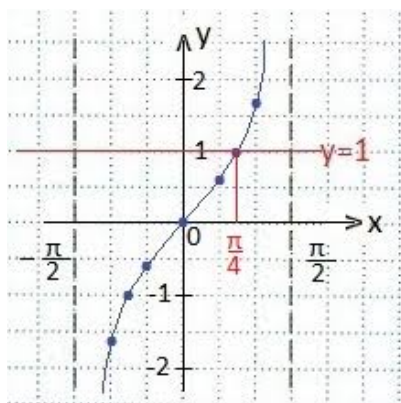
**График функции  $y = \sin x$ :**



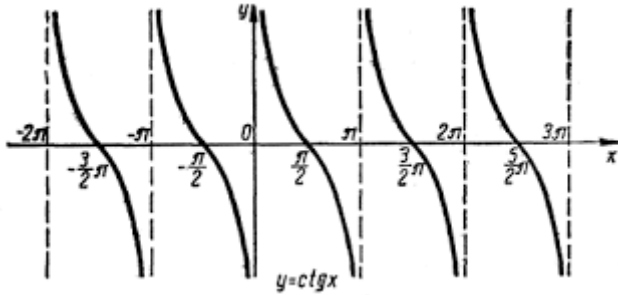
**График функции  $y = \cos x$ :**



**График функции  $y = \operatorname{tg} x$ :**



**График функции  $y = \text{ctg } x$ :**



**Основные тригонометрические тождества:**

1)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg } \alpha ; \quad \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \text{ctg } \alpha ;$$

2)  $\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} ; \quad \text{ctg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} ;$

3)  $\text{tg } \alpha \cdot \text{ctg } \alpha = 1;$

4)  $1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} ; \quad 1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} ;$

**5) Формулы приведения:**

$\sin(\pi/2 \pm \alpha); \quad \sin(3\pi/2 \pm \alpha); \quad \cos(\pi/2 \pm \alpha); \quad \cos(\pi \pm \alpha);$

$\sin(\pi \pm \alpha); \quad \sin(2\pi \pm \alpha); \quad \cos(3\pi/2 \pm \alpha); \quad \cos(2\pi \pm \alpha);$

Формулы приведения для тангенса и котангенса можно вывести с помощью формул приведения для синуса и косинуса.

**6) Формулы сложения:**

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \alpha \cdot \sin \beta$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \beta \cdot \cos \alpha$

$\frac{\text{tg } \alpha \pm \text{tg } \beta}{1 \mp \text{tg } \alpha \text{tg } \beta} = \text{tg}(\alpha \pm \beta)$

**7) Формулы двойного угла:**

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1;$

$\text{tg } 2\alpha = \frac{2 \text{tg } \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha} ; \quad 1 - \cos^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha; \quad 1 + \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha.$

**8) Формулы суммы и разности тригонометрических функций**

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}; \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} ; \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} .$

**Выполните упражнения.****Упражнение №5.** Упростите выражения:

- а)  $1 - \sin^2\beta - \cos^2\beta$ ;                      д)  $\sin(\alpha - \pi/2)$ ;  
б)  $\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha$ ;                      е)  $\cos(\alpha - \pi)$ ;  
в)  $\operatorname{ctg}^2\beta(\cos^2\beta - 1) + 1$ ;                      ж)  $\operatorname{ctg}(\alpha - 2\pi)$ ;  
г)  $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2$ ;                      з)  $\operatorname{tg}(-\alpha + 3\pi/2)$ .

**Упражнение №6.** Преобразуйте выражения:

- а)  $\operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha)$ ;                      в)  $\cos\beta \cdot \operatorname{tg}(-\beta) - 1$ ;  
б)  $\operatorname{tg}(-\alpha)\operatorname{ctg}\alpha + \sin 2\alpha$ ;                      г)  $\operatorname{tg}(-\beta)\cos\beta + \sin\beta$ .

**Упражнение №7.** Упростите выражения:

- а)  $\sin(\alpha + \pi/6)\cos(\alpha - \pi/6) + \cos(\alpha + \pi/6)\sin(\alpha - \pi/6)$ ;  
б)  $\cos(\pi/4 + \beta)\cos(\pi/4 - \beta) - \sin(\pi/4 + \beta)\sin(\pi/4 - \beta)$ .

в) 
$$\frac{\cos\alpha + 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin\alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha}$$
.

**Упражнение №8.** Докажите тождества:

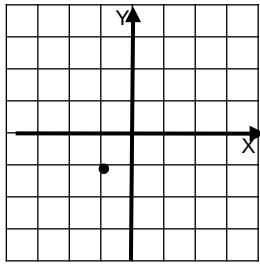
- а)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$ ;                      в)  $1 - (\sin\alpha - \cos\alpha) = \sin 2\alpha$ ;  
б)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2\sin\alpha\sin\beta$ ;                      г)  $\cos 4\beta - \sin 4\beta = \cos 2\beta$   
д)  $\sin(3\pi/2 + \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 - \alpha) + \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}(3\pi/2 - \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$

**Занятие №21**  
**Контрольная работа №2.**

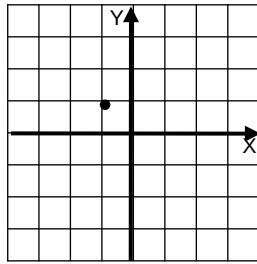
## Материалы для проверки и самоконтроля.

Выберите правильные ответы:

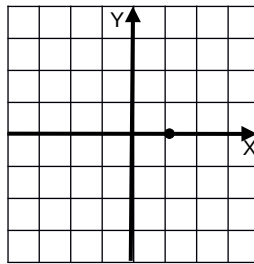
1. Установите соответствие между рисунками (1-4) и координатами точек (А-Д), изображенных на этих рисунках:



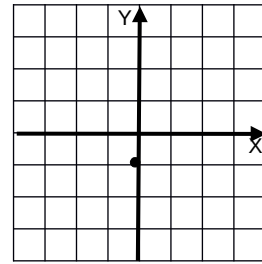
1)



2)



3)



4)

- А) (1;1)    Б) (-1;1)    В) (1;0)    Г) (0;-1)    Д) (-1;-1)

2. Найдите значение выражения:  $|\sqrt{25}-2^5|=?$

- А) -5    Б) 5    В) 27    Г) -27

3. Переведите 0,22 мм в километры. Результат запишите в стандартном виде. Напишите результат на русском языке.

- А)  $2,2 \cdot 10^{-6}$  км    две целых двадцатых на десять в минус шестой степени километров;  
 Б)  $2,2 \cdot 10^{-5}$  км    две целых двадцатых на десять в минус пятой степени километров;  
 В)  $2,2 \cdot 10^{-7}$  км    две целых двадцатых на десять в минус седьмой степени километров;  
 Г)  $0,22 \cdot 10^{-7}$  км    нуль целых двадцать две сотых на десять в минус седьмой степени километров

4. Какое из чисел иррациональное?

- А)  $\sqrt{0,1}$ ;    Б)  $2\sqrt{36}$ ;    В)  $5\sqrt{0,16}$ ;    Г)  $-4\sqrt{4}$ .

5. Сократите дробь  $\frac{12c^3m^2}{3c^2m}$ .

- А)  $4cm^2$     Б)  $4cm$     В)  $4c^5m^3$     Г)  $4c^2m$

6. Найдите куб одночлена  $-2x^2y$ :

- А)  $-8x^6y$     Б)  $-8x^6y^3$     В)  $8x^6y$     Г)  $-8x^5y^3$

7. Упростите выражение  $6x^2(2cx^2)^{-1}$

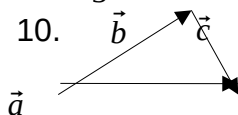
- А)  $12c$     Б)  $12cx^{-4}$     В)  $2c^2$     Г)  $3c^{-1}$

8. Найдите значение выражения  $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

- А) 6    Б)  $12\sqrt{3}$     В) 30    Г)  $6\sqrt{3}$

9. Найдите показатель в сравнении  $\sqrt[3]{\frac{m^2}{m^2m^4}} = m^c$

- А)  $\frac{5}{3}$     Б)  $\frac{-5}{3}$     В)  $\frac{2}{21}$     Г)  $\frac{6}{7}$



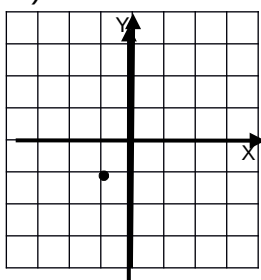
- А)  $\vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$     Б)  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$     В)  $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$     Г)  $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$

### Ключ для самопроверки.

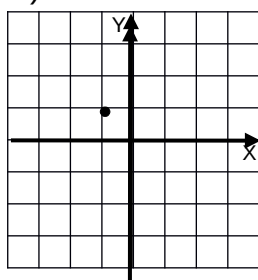
Выберите правильные ответы

1. Установите соответствие между рисунками (1-4) и координатами точек (А-Д), изображенных на этих рисунках:

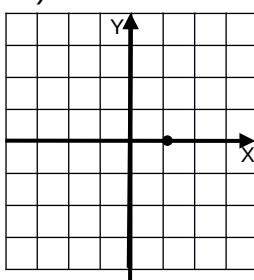
1)



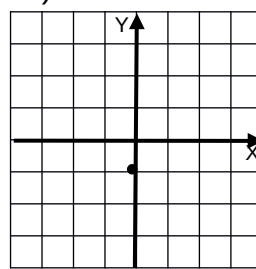
2)



3)



4)



А) (1;1)    Б) (-1;1)    В) (1;0)    Г) (0;-1)    Д) (-1;-1)

Ответ: 1 → Д;    2 → Б;    3 → В;    4 → Г

2. Найдите значение выражения:  $|\sqrt{25} - 2^5| = ?$

А) -5    Б) 5    В) 27    Г) -27

3. Переведите 0,22 мм в километры. Результат запишите в стандартном виде. Напишите результат на русском языке.

- А)  $2,2 \cdot 10^{-6}$  км    две целых две десятых на десять в минус шестой степени километров;  
 Б)  $2,2 \cdot 10^{-5}$  км    две целых две десятых на десять в минус пятой степени километров;  
**В)  $2,2 \cdot 10^{-7}$  км    две целых две десятых на десять в минус седьмой степени километров;**  
 Г)  $0,22 \cdot 10^{-7}$  км    нуль целых двадцать две сотых на десять в минус седьмой степени километров.

4. Какое из чисел иррациональное?

А)  $\sqrt{0,1}$ ;    Б)  $2\sqrt{36}$ ;    В)  $5\sqrt{0,16}$ ;    Г)  $-4\sqrt{4}$ .

5. Сократите дробь  $\frac{12c^3m^2}{3c^2m}$ .

А)  $4cm^2$     Б)  $4cm$     В)  $4c^5m^3$     Г)  $4c^2m$

6. Найдите куб одночлена  $-2x^2y$ :

А)  $-8x^6y$     Б)  $-8x^6y^3$     В)  $8x^6y$     Г)  $-8x^5y^3$ .

7. Упростите выражение  $6x^2(2cx^2)^{-1}$

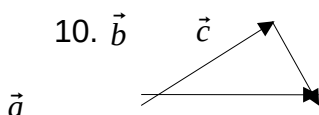
А)  $12c$     Б)  $12cx^{-4}$     В)  $2c^2$     Г)  $3c^{-1}$ .

8. Найдите значение выражения  $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

А) 6    Б)  $12\sqrt{3}$     В) 30    Г)  $6\sqrt{3}$

9. Найдите показатель  $c$  в равенстве  $\sqrt[3]{\frac{m^2}{m^3m^4}} = m^c$

А)  $\frac{5}{3}$     Б)  $-\frac{5}{3}$     В)  $\frac{2}{21}$     Г)  $\frac{6}{7}$ .

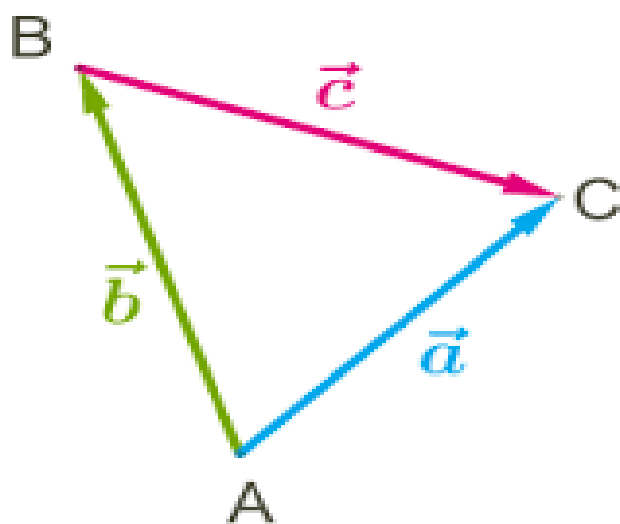


А)  $\vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$     Б)  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$     В)  $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$     Г)  $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$



## Содержание

Предисловие		2
Занятие №11	Числовая ось. Координатная плоскость.	3
Занятие №12	Действительные числа. Модуль Действительного числа.	6
Занятие №13	Степень с натуральным и целым показателем.	10
Занятие №14	Одночлены и многочлены. Действия с одночленами и многочленами	12
Занятие №15	Действия с дробями. Тожественные преобразования рациональных выражений.	17
Занятие №16	Корень Свойства корня.	19
Занятие №17	Освобождение от иррациональности числителя и знаменателя дроби.	23
Занятие №18	Векторы.	25
Занятие №19	Решение задач.	30
Занятие №20	Радианная мера измерения углов и дуг. Тригонометрические функции. (Повторение).	31
Занятие №21	Контрольная работа №2.	36
	Материалы для проверки и самоконтроля	37
	Ключ для проверки заданий	38



$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$$