МИНИСТЕРСТВО ЗДРАВООХРАНИЯ УКРАИНЫ
Высшее государственное учебное заведение Украины
"Украинская медицинская стоматологическая академия"

Подготовительное отделение
для иностранных граждан

МАТЕМАТИКА

Часть II

Уравнения. Системы уравнений. Неравенства.

Учебное пособие для иностранных слушателей
подготовительных отделений

Полтава – 2013

Предисловие

Учебное пособие предназначено для иностранных студентов, обучающихся на подготовительном отделении по медико-биологическому профилю.

Данное пособие составлено в соответствии с программой по математике для подготовительных факультетов.

Изучение материала данного пособия способствует обобщению и систематизации знаний по темам "Уравнения. Системы уравнений. Неравенства", полученных студентами на родине.

Каждое занятие содержит терминологический словарь, грамматические конструкции, адаптированные учебные тексты, образцы выполнения упражнений, задания различных уровней сложности для закрепления и повторения изученного материала.

Задания пособия способствуют приобретению студентами необходимых навыков использования математической терминологии и применения математического аппарата для решения физических и химических задач.

Составитель: ст. преподаватель секции общеобразовательных дисциплин подготовительного отделения для иностранных граждан Колечкина И.В.

Рецензент: преподаватель кафедры медицинской информатики и медицинской биофизики Коровина Л.Д.

Печатается по решению Центральной методической комиссии Высшего государственного учебного заведения Украины "Украинская медицинская стоматологическая академия" (протокол №3 от 24 октября 2013 года).

Занятие № 1

<u>Равенства. Тождества. Уравнения.</u>

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	**английский**	**французский**	**арабский**	**фарси**	**азербайджанский**
равенство,-а	equality	egalite	مساواة	برابری	bərabərlik
тождество,-а	identity	identite	مطابقة	همانند	identiklik
уравнение,-ия	equation	equation	معادلة	معادله	tənlik
содержать (что?)	to contain	contenir	يحتوي	متشكل	ehtiva
верно=справедливо= =правильно	true	juste	صحيح	درست=واقعی =صحیح	əsl = true = sağ
допустимое значение	admissible value	valeur admissible	القيمة المسموحة	مجاز	caiz
неизвестная величина	unknown quantity	inconnu	قيمة مجهولة	ارزش نا مفهوم	naməlum
некоторый,-ая,-ое,-ые	some	quelque,certain	بعض	برخی	bir
иметь смысл	to have sens	il y a intérêt à	تمتلك معنى	با معنی	hissi
решать/решить (что?)	to decide	resourde	حل	حل کردن	Ünvan / həll
решение,-ия	decision	decision	قرار	حل	qərar
корень уравнения	root of equation	racine de equation	جذر المعادلة	ریشه معادله	tənlik kökü
равносильный, -ая,-ое,-ые	equivalent	equivalente	نظير	معادل آن	ekvivalent
линейное уравнение (уравнение первой степени)	linear equation	lineaire equation	معادلة خطية	معادله خطی	xətti tənlik (birinci dərəcəli tənlik)
числовой коэффициент	coefficient	coefficient	عدد ثابت	ثوابت عددی	daimi ədədi
свободный член	independent term	terme independant	مصطلح مستقل	جمله آزاد	pulsuz müddətli

Обратите внимание!

1. Для **чего (Р.п.)** нужно знать **что (В.п.).**

Для **решения уравнений** нужно знать следующие **свойства**.

2. **Что (И.п.)** называется **чем (Т.п.)**

Значение неизвестной величины, при котором правая и левая части уравнения равны, называется **решением уравнения** или **корнем уравнения**.

3. **Что (И.п.)** является **чем (Т.п.)**

Корни одного уравнения являются **корнями** другого уравнения.

Задание №2. Слушайте и читайте текст №1.

<u>Текст №1</u>

В алгебре рассматриваются два вида равенств, содержащих буквы – тождества и уравнения.

<u>Тождество</u> – это равенство, которое верно при всех допустимых значениях букв.

<u>Например:</u>

1) b+3b=4b;

2) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; - это тождества.

3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{2}{x}$.

Допустимые значения букв – это такие значения букв, при которых левая и правая части равенства имеют смысл.

Например, в равенстве ***b+3b=4b*** допустимыми значениями буквы ***b*** являются все действительные числа; в равенстве $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{2}{x}$ допустимыми значениями буквы ***x*** являются все действительные числа, кроме числа 0.

Уравнение – это равенство, которое верно только при некоторых значениях букв.

Рассмотрим равенства:

a + 4=7 *(1)*

2b + 1=b + 7 *(2)*

В равенстве (1) допустимым значением буквы ***a*** является любое число, но левая часть равна правой части только при *a=3*. При всех других значениях ***a*** левая часть этого равенства не равна правой части. В равенстве (2) левая часть равна правой части только при ***b****=6.*

Равенства (1) и (2) являются *уравнениями*.

Значение неизвестной величины, при котором правая и левая части уравнения равны, называется ***решением уравнения*** или ***корнем уравнения***.

В уравнении (1) число 3 – корень уравнения;
в уравнении (2) корнем уравнения является число 6.

Решить уравнение – это значит найти корень.

Если корни одного уравнения являются корнями другого уравнения, то такие уравнения называются ***равносильными*** или ***эквивалентными***.

Уравнение *2x + 1=x + 7* имеет только один корень, равный числу 6. Уравнение $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$ также имеет только один корень, равный числу 6. Поэтому уравнения *2x + 1=x + 7* и $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$ *равносильны*.

Для решения уравнений нужно знать следующие свойства:

1) Если какое-нибудь слагаемое перенести из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то получится уравнения, равносильное данному.

Например, в уравнении *2x + 1=x + 7* число *1* можно перенести из левой части в правую, а *x* – из правой части в левую. Тогда получим *2x - x= 7 – 1.*

2) Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то получится уравнение, равносильное данному.

Уравнения $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=5$ и *3x + 2x =30* равносильны. Второе уравнение получилось умножением левой и правой части первого уравнения на 6.

Линейные уравнения

(Уравнения первой степени с одним неизвестным)

Общий вид уравнения первой степени с одним неизвестным:

$$ax + b = 0$$

x – неизвестная величина;

a – числовой коэффициент ($a \neq 0$);

b – свободный член.

Решим уравнение

$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

Линейное уравнение имеет один корень $-\frac{b}{a}$.

Линейное уравнение *3x+ 12= 0* имеет один корень *x = -4.*

Задание 3. Выполните упражнения:

Упражнение №1. Ответьте на вопросы.

1. Какое равенство называется тождеством?
2. Что называется уравнением?
3. Что называется корнем уравнения?
4. Что значит решить уравнение?
5. Проверьте, будет ли число 4 корнем уравнения

   а) $\frac{6-2x}{5}=4+x$; б) 4x - 6 = 2(x+1).
6. Какие уравнения называются равносильными?
7. Проверьте, будут ли равносильны уравнения:

   5x-12=x+8 и $5x-12+\frac{x+1}{x-5}=x+8+\frac{x+1}{x-5}$?

Упражнение №2. Какие из равенств являются тождествами, а какие – уравнениями?

а) x + 2x = 3x; в) c+5 = 6c;

б) b + 3b = 4; г) 12y-5 = 6(2y+1) – 1.

Упражнение №3. Решите уравнения:

1) $\frac{x-3}{8}+3=\frac{3x+127}{20}-\frac{x+9}{12}$;

2) $\frac{7}{2}-(3x+\frac{2}{5})=x-\frac{37-x}{5}$;

3) $\frac{x-2}{4}-\frac{4-3x}{8}=1-\frac{5x-6}{6}$;

4) $\frac{7}{8}-\frac{1}{8}(\frac{x-5}{4}-\frac{14-2x}{5})=\frac{x-2}{9}-\frac{x-1}{4}$;

5) $\frac{3x+2}{5}-\frac{4x-3}{7}=4+\frac{x-2}{35}$;

6) $\frac{5x+9}{x}-\frac{7x-1}{x-1}=-2$;

7) $\frac{9x+5}{3x+10}-\frac{3x+7}{x+6}=0$;

8) $\frac{x-3}{x-2}+\frac{7-3x}{2-x}=-1$.

Упражнение №4. Решите уравнения:

1) $s=\frac{(a+b)}{2}$ относительно *a;*

2) *ab - x(a-3) = 2 - (2b-x)* относительно *x*.

3) $\frac{an+by}{n+y}=3b$; относительно *y*.

Занятие №2

<u>Уравнения, содержащие неизвестное под знаком модуля.</u>

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	**английский**	**французский**	**арабский**	**фарси**	**азербайджанский**
модуль, -и	modulus	valeur absolue	وحدة	مدول	modul
содержать (что? где?)	to contain	contenir	يحتوي	متشكل بودن	ehtiva
метод интервалов	method of intervals	methode intervalle	طريقة الفترات	روش فاصله ها	metodu intervalları
отмечать/отметить (что? где?)	point out	pointer	حدد , لاحظ	علامت گزارى	qeydi

Обратите внимание!

1. **Что(И.п.)** эквивалентно **чему(Д.п.)**

Уравнение $|A|=B$ эквивалентно **системе уравнений.**

2. Что(И.п.) содержит что(В.п.)

Уравнения содержат **переменную** под знаком модуля.

Задание №2. Слушайте и читайте текст №2.

Текст №2

Используя определение и свойства модуля действительного числа, можно решать уравнение, содержащее неизвестное под знаком модуля, как уравнение, не содержащее модуль.

Например, уравнение $|A| = a$, где $a \geq 0$, эквивалентно двум уравнениям: *А*=a *и* *А*=-a. Уравнение $|A| = a$, в котором *а<0*, не имеет решений.

Таким образом, уравнение $|A| = B$ эквивалентно системе уравнений ($B \geq 0$):

$$\begin{cases} A=B \quad \textit{при} \ A \geq 0; \\ -A=B \quad \textit{при} \ A \geq 0. \end{cases}$$

Решим несколько уравнений, которые содержат переменную под знаком модуля:

<u>Пример 1.</u> Решить уравнение $|x+3| = 4$.

Уравнение $|x+3| = 4$ эквивалентно двум уравнениям:

x+3=4 и x+3=-4
x=4-3 x=-4-3
x=1 x=-7

Проверим: $|1+3| = |4| = 4$;

$|-7+3| = |-4| = 4$.

Данное уравнение имеет два корня: x_1=1 и x_2=-7.

Ответ: -7; 1

<u>Пример 2.</u> Решить уравнение $|x+3| = 3+2x$.

Если x+3≥ 0, x≥ -3,
то *x+3=3+2x*
x-2x=3-3
-x=0
x=0

Если x+3<0, x<-3,
то *x+3=-(3+2x)*
x+3=-3-2x
x+2x=-3-3
3x=-6
x=-2

Проверим: $|0+3| = 3+2\cdot 0 \quad |3| = 3$

$|-2+3| \neq 3+2\cdot(-2) \qquad |1| \neq -1$

x_2=-2 не является корнем уравнения.

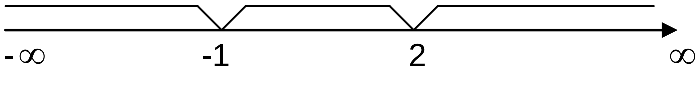
Данное уравнение имеет только один корень x=0.

Ответ: 0.

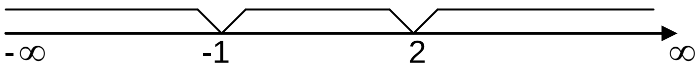
<u>Пример 3.</u> Решить уравнение $|x+1| + |x-2| = 3$

Такие уравнения решают методом интервалов.

Данное уравнение содержит два выражения под знаком модуля. Первое из них (x+1) обращается в нуль при x=-1, второе (x-2) обращается в нуль при x=2. Отметим эти точки на числовой оси. Получим три интервала:



Внутри каждого интервала выражения x+1 и x-2 имеют определённые знаки:



x+1	-	+	+
x-2	-	-	+

Решим это уравнение на каждом интервале:

1) $x \in]-\infty;-1[$

x+1<0; x-2<0.

Уравнение имеет вид: -(x+1)-(x-2)=3

-x-1-x+2=3

-2x+1=3

-2x=2

x=-1

Значение x=-1 не является корнем данного уравнения, так как число –1 не принадлежит интервалу $]-\infty;-1[$. Это лишний корень.

2) $x \in [-1;2[$

x+1>0; x-2<0.

Уравнение имеет вид: x+1-(x-2)=3

x+1-x+2=3

0x=0.

Это значит, что каждое число из этого интервала является корнем данного уравнения.

3) $x \in [2;\infty[$

x+1>0; x-2>0.

Уравнение имеет вид: x+1+x-2=3

2x-1=3

2x=4

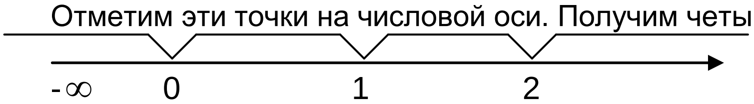
x=2.

Число $2 \in [2;\infty[$, поэтому является корнем данного уравнения.

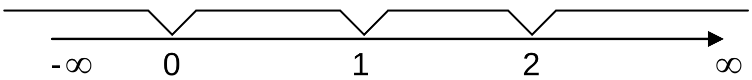
Ответ: $[-1;2]$

<u>Пример 4.</u> Решить уравнение $|2x-2|+|6-3x|-|x|=5$.

Данное уравнение содержит три выражения под знаком модуля.
Первое из них (2x-2) обращается в нуль при x=1,
второе (6-3x) обращается в нуль при x=2,
третье обращается в нуль при x=0.
Отметим эти точки на числовой оси. Получим четыре интервала:



Внутри каждого интервала выражения **2x-2**, **6-3x** и **x** имеют определённые знаки:



2x-2	-	-	+	+
6-3x	+	+	+	-
x	-	+	+	+

Решим это уравнение на каждом интервале:

1) $x \in]-\infty;0[$ 2x-2<0; 6-3x>0; x<0.

Уравнение имеет вид: -(2x-2)+6-3x+x=5

-2x+2+6-3x+x=5

-4x+8=5

-4x=-3

x=$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} \notin \left]-\infty;0\right[$, поэтому число $\frac{3}{4}$ не является корнем уравнения на данном интервале.

2) x $\in [0;1[$ 2x-2<0; 6-3x>0; x>0.

Уравнение имеет вид: -(2x-2)+6-3x-x=5

-2x+2+6-3x-x=5

-6x=-3

x=$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \in [0;1]$, поэтому число $\frac{1}{2}$ является корнем уравнения на данном интервале.

3) x $\in [1;2[$ 2x-2>0; 6-3x>0; x>0

Уравнение имеет вид: 2x-2+6-3x-x=5

-2x+4=5

-2x=1

x=-$\frac{1}{2}$

-$\frac{1}{2} \notin [1;2[$, поэтому число -$\frac{1}{2}$ не является корнем уравнения. -$\frac{1}{2}$ - это лишний корень.

4) x $\in [2;\infty[$ 2x-2>0; 6-3x<0; x>0

Уравнение имеет вид: 2x-2-(6-3x)-x=5

2x-2-6+3x-x=5

4x-8=5

4x=13

x=$\frac{13}{4}$

Число $\frac{13}{4} \in [2;\infty[$, поэтому число $\frac{13}{4}$ является корнем данного уравнения.

Ответ:$\left\{\frac{1}{2};\frac{13}{4}\right\}$

Задание №3. Выполните упражнения:

Упражнение №1. Решите уравнения:

а) $|x+8|+|x-2|=6;$ г) $|x-2|=|x+4|;$ ж) $|x+3|=6-2x$;

б) $|5x-13|-|6-5x|=7;$ д) $|2x-6|=|x+2|;$ з) $5-x=|6-2x|$.

в) $|x+5|+|x-8|=13;$ е) $|x-1|+|x-2|+|x-3|=4$;

Занятие №3

Системы линейных уравнений и способы их решений.

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	английский	французский	арабский	фарси	азербайджанский
система, -ы	system	système	نظام	سیستم	sistemi,

обращать/обратить (что во что)	to transform	transformer	تحول	انتقال	ödəmək / ödəmək
способ	method	manière	طريقة	روش	yol
способ подстановки	method of substitution	manière de substitution	طريقة الاستبدال	روش جايگزين	əvəzetmə yolu
способ сложения	method of addition	manière de addition	طريقة الجمع	روش تركيب	Bundan başqa yolu
подставлять/подставить (что? во что?)	to substitute	substituer	استبدل	جايگزين	əvəz / əvəz
эквивалентный,-ая,-ое,-ые	equivalent	équivalent	معادل	معادل	ekvivalent
выражать/выразить (что?)	to express	exprimer	يعبر	بيان كردن	Express / ekspres
уравнивать/уравнять (что?)	to equate	égaliser;	يعادل	برابر	bərabərləşdirmək
пропорциональный, -ая,-ое,-ые	proportional	proportionné	نسبي	متناسب	tənasüblü

Обратите внимание!

1. **Что (И.п.)** может содержать **что (В.п.)**

Уравнение может содержать **несколько неизвестных величин**.

2. **Чем (Т.п.)** называют **что (В.п.)**

Решением уравнения с двумя, неизвестными называют **пару значений (x;y).**

3. **Чем (Т.п.)** называется **что (И.п.).**

Решением системы называется **пара чисел (x_0;y_0).**

4. **Чем (Т.п.)** является **что (И.п.).**

Решениями уравнения x+2y=3 являются **пары чисел** (-1;2), (3;0), (1;1).

5. Выразить **что (В.п.)** через **что (В.п.)**

Нужно выразить **одно неизвестное** через **второе** (например, x через y).

Задание №2. Слушайте и читайте текст №3.

Текст №3

Уравнение может содержать несколько неизвестных величин. Например: x+2y=3 – это уравнение с двумя неизвестными *x* и *y*, 2x+y=3a – уравнение с тремя неизвестными.

Решением уравнения с двумя, тремя и т.д. неизвестными называют пару (x;y), тройку (x;y;z) и т.д. значений неизвестных, которые обращают это уравнение в верное равенство.

Например, решениями уравнения x+2y=3 являются пары чисел $(0;\frac{3}{2})$, (3;0), (1;1) и другие. Одно уравнение с двумя и более неизвестными имеет бесконечно много решений.

Уравнения с несколькими неизвестными имеют те же свойства, что и уравнения с одним неизвестным.

Совокупность нескольких уравнений с двумя или более неизвестными называется ***системой уравнений***.

Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными (переменными) имеет вид:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

где ***x*** и **y** – неизвестные величины (переменные);

a_1, a_2, b_1, b_2 – коэффициенты системы;

c_1, c_2 – свободные члены;

$\{$ - знак системы.

Решением системы называется пара чисел (x_0;y_0), которая является решением каждого уравнения.

<u>Решить систему</u> – значит найти множество её решений.

Две системы называются эквивалентными, если решения первой системы являются решениями второй системы и наоборот.

Систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными можно решить различными способами.

Способ подстановки.

- из одного уравнения системы нужно выразить одно неизвестное через второе (например, x через y);
- найденное выражение подставить в другое уравнение системы; получится одно уравнение с одним неизвестным;
- решить это уравнение (найти y);
- подставить значение y во второе уравнение и найти x.

$$\begin{cases} 6x+\ \ y=6, \\ 4x+3y=11. \end{cases}$$

Из одного уравнения, например из первого, выразим $y=6-6x$ и подставим во второе уравнение:

$$\begin{cases} y=6-6x, \\ 4x+3(6\text{-}6x)=11, \text{ отсюда} \end{cases} \qquad \begin{cases} y=6-6x, \\ 4x+18-18x=11, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -14x=-7 \\ y=6-6x \end{cases} \qquad \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=3. \end{cases} \qquad \text{Ответ: } (\tfrac{1}{2};3)$$

Способ сложения.

- сначала нужно уравнять модули коэффициентов при каком-нибудь неизвестном;
- сложить или вычесть почленно полученные уравнения, и найти одно неизвестное;
- подставить известное значение в одно из уравнений системы и найти другое неизвестное.

$$\begin{cases} 6x+\ \ y=6, \\ 4x+3y=11, \end{cases}$$

(умножим первое уравнение на 3)

$$\begin{cases} 18x+3y=18, \\ \ \ 4x+3y=11, \end{cases}$$

(вычтем второе уравнение из первого)

$(18x\text{-}4x)+(3y\text{-}3y)=18\text{-}11,$

$14x+0=7$

$x=\frac{1}{2}$ (подставим значение $\frac{1}{2}$ в первое уравнение и найдём y):

$6\cdot\frac{1}{2}+y=6$

$y=3.$ Ответ: $(\frac{1}{2};3)$

Решение системы с помощью определителя (формулы Крамера).

Система $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2, \end{cases}$ имеет решения:

$$x=\frac{c_1b_2-c_2b_1}{a_1b_2-a_2b_1} \qquad y=\frac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}.$$

Если обозначить $\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$$

то решение системы можно записать в виде $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}$; $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}$, (если $\Delta \neq 0$).

Это формулы Крамера.

Решим систему уравнений, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 6x + y = 6, \\ 4x + 3y = 11, \end{cases}$$

$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 6 \cdot 3 - 1 \cdot 4 = 18 - 4 = 14;$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 11 & 3 \end{vmatrix} = 6 \cdot 3 - 1 \cdot 11 = 18 - 11 = 7;$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 4 & 11 \end{vmatrix} = 6 \cdot 11 - 6 \cdot 4 = 66 - 24 = 42.$

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$; $y=\frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{42}{14} = 3$. Ответ: $(\frac{1}{2};3)$.

Исследование системы двух линейных уравнений.

Система $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ имеет решение $\begin{cases} x=\frac{\Delta_x}{\Delta}; \\ y=\frac{\Delta_y}{\Delta}. \end{cases}$

1) Если $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное (одно) решение.
2) Если $\Delta = 0$, но $\Delta_x \neq 0$ или $\Delta_y \neq 0$, то система не имеет решений.

Условие $\Delta = 0$ означает, что $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ или $a_1b_2 = a_2b_1$ или $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ $(a_2 \neq 0, b_2 \neq 0)$, то есть коэффициенты системы пропорциональны.

3) Если $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$, то система имеет бесконечно много решений.

Условие $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$ означает, что коэффициенты системы и свободные члены пропорциональны. $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

<u>Пример 1.</u> $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 3x + 4y = -1. \end{cases}$

Коэффициенты системы не пропорциональны

$\frac{2}{3} \neq \frac{-3}{4}$, значит, система имеет единственное решение.

Пример 2. $\begin{cases} 5x + 3y = 1, \\ 10x + 6y = 3. \end{cases}$

Коэффициенты системы пропорциональны, а свободные члены им не пропорциональны $\frac{5}{10} = \frac{3}{6} \neq \frac{1}{3}$, значит, система не имеет решений.

Пример 3. $\begin{cases} 2x + 5y = 6, \\ 6x + 10y = 12. \end{cases}$

Коэффициенты системы и свободные члены пропорциональны $\frac{2}{6} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$, значит, система имеет бесконечно много решений.

Задание №3. Выполните упражнения.

Упражнение №1. Решите системы уравнений.
Укажите, каким способом вы решали.

1) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x + 3y = 13; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 15x - 16y = 24 \\ 3x = 4y \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 2y = 11, \\ 5x - 3y = 3. \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 14x + 9y = 9 \\ 9x + 4y = 4. \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{2x}{9} + \frac{y}{4} = 11, \\ \frac{5x}{12} + \frac{y}{3} = 19. \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x-1}{5} + \frac{3y-2}{4} = 2, \\ \frac{3x+1}{5} - \frac{3y+2}{4} = 0. \end{cases}$

Упражнение №2. Решите системы уравнений способом подстановки:

1) $\begin{cases} x + y = 13, \\ 2x - y = 12{,}5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y - 8x = 15 \\ 7x - 2y = 0 \end{cases}$

Упражнение №3. Решите системы уравнений способом сложения:

1) $\begin{cases} 16x - 27y = 20, \\ 5x + 18y = 41{,}5. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 18x - 21y = 2, \\ 24x - 15y = 7. \end{cases}$

Занятие № 4

Квадратные уравнения. Теорема Виета. Разложение квадратного трёхчлена на множители.

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	английский	французский	арабский	фарси	азербайджанский
квадратное уравнение	quadratic equation	équation quadratique	معادلة من الدرجة الثانية	معادله درجه دوم	kvadrat tənlik
неполное квадратное уравнение	incomplete quadratic equation	incomplet équation quadratique	معادلة كاملة من الدرجة الثانية	معادله درجه دوم ناقص	natamam kvadrat tənlik
полное квадратное уравнение	complete quadratic equation	complet équation quadratique	معادلة مقدمة من الدرجة الثانية	معادله درجه دوم کامل	tam kvadrat tənlik
приведенное квадратное уравнение	reduced form of quadratic equation	réduit équation quadratique	نشر	با توجه به معدله درجه دوم	kvadrat tənlik verilir
раскладывать/разложить	to decompose	factoriser	التمايز	گسترش	genişləndirmək / yayılmışdır
дискриминант,-ы	discriminant	discriminant	متعدد الحدود من الدرجة الثانية	تفکیک	discriminant

квадратный трёхчлен	quadratic trinomial	trinôme du second degré	يخصص	سه جمله ای درجه دوم	kvadrat çoxhədli
выделять/выделить	separate out	mettre à part	تخصيص من الدرجة الثانية	اختصاص	vurğulamaq / ayrılması
выделение полного квадрата	separation of complete square	mettre à part carré parfait	معامل	تخصيص كل مربع	ümumi sahəsi ayrılması
коэффициент,-ы	multiplying factor	facteur	معادلة من الدرجة الثانية	ضريب	amil

Обратите внимание!

1. **Что (И.п.)** называется **чем (Т.п.)**

Числа *a, b, c* называются **коэффициентами** квадратного уравнения.

2. **Что (И.п.)** зависит от **чего (Р.п.)**

Число корней квадратного уравнения, а значит, и квадратного трёхчлена зависит от **знака дискриминанта**.

Задание №2. Слушайте и читайте текст №4.

<u>Текст №4</u>

Квадратное уравнение. Теорема Виета.

Общий вид квадратного уравнения (уравнения второй степени):

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0} \ (a \neq 0).$$

a, b, c – заданные числа ($a \neq 0$);
x – неизвестное.

Числа *a, b, c* называются **коэффициентами** квадратного уравнения.

Квадратное уравнение называется **неполным**, если хотя бы один из коэффициентов равен нулю:

1) $ax^2 = 0$, $(a \neq 0)$
2) $ax^2 + c = 0$, $(a \neq 0,\ c \neq 0)$
3) $ax^2 + bx = 0$, $(a \neq 0,\ b \neq 0)$.

1) Уравнение $ax^2 = 0$, $(a \neq 0)$ имеет единственный корень $x=0$.

2) Уравнение $ax^2 + c = 0$, $(a \neq 0,\ c \neq 0)$ решаем так:

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

Если $-\frac{c}{a} > 0$, то уравнение $x^2 = -\frac{c}{a}$ имеет два корня: $x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$; $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$.

Если $-\frac{c}{a} < 0$, то уравнение $x^2 = -\frac{c}{a}$ не имеет действительных корней.

Например, неполное квадратное уравнение $x^2+4=0$ не имеет действительных корней, а уравнение $x^2 - 4=0$ имеет два корня $x_{1,2} = \pm 2$.

3) Уравнение $ax^2 + bx = 0$, $(a \neq 0,\ b \neq 0)$ можно решить с помощью разложения левой части на множители:

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Например, $3x^2 + 8x = 0$

$$x(3x + 8) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{8}{3}.$$

Рассмотрим полное квадратное уравнение
$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$.

Применим метод выделения полного квадрата. Для этого запишем уравнение в виде:

$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a(x^2 + 2\cdot x\cdot \frac{b}{2a} + (\frac{b}{2a})^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2) + c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + c.$

$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + c = 0$

$a \neq 0$, поэтому $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$.

Выражение b^2-4ac называется **дискриминантом** квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ и обозначается буквой D:

$$D = b^2-4ac$$

Возможны три случая: D<0, D=0, D>0.

1) **$D = b^2-4ac<0$.**

$\frac{b^2-4ac}{4a^2} < 0$, следовательно, уравнение $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$ и **уравнение $ax^2 + bx + c=0$ не имеют корней.**

2) **$D = b^2-4ac=0$.**

В этом случае уравнение $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$ принимает вид $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$, откуда $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$. Значит, если дискриминант равен нулю, то **уравнение $ax^2 + bx + c=0$ имеет два равных корня.**

3) **$D = b^2-4ac >0$.**

В этом случае уравнение $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$ можно записать так: $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2$; следовательно, $x+\frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, откуда

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ или $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.

Значит, если дискриминант положительный, то **уравнение $ax^2 + bx + c=0$ имеет два различных корня.**

<u>Пример 1.</u> Решить уравнение $10x^2-3x-1=0$

$D = (-3)^2-4\cdot 10\cdot(-1)=9+40=49>0$

$x_1=\frac{3+\sqrt{49}}{20} = \frac{3+7}{20} = \frac{1}{2}$; $x_2=\frac{3-\sqrt{49}}{20} = \frac{3-7}{20} = -\frac{4}{20} = -\frac{1}{5}$

Ответ: $-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}$.

Квадратное уравнение, в котором a=1, т.е. уравнение вида $x^2+px+q=0$, называется **приведенным.**

Корни квадратного уравнения связаны с коэффициентами этого уравнения теоремой Виета.

Теорема Виета: если x_1 и x_2 – корни приведенного уравнения $x^2+px+q=0$, то $x_1+x_2=-p$; $x_1 \cdot x_2=q$.

(Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту с противоположным знаком, а их произведение равно свободному члену).

Можно проверить, что для квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ из теоремы Виета следует, что $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$, где x_1, x_2 - корни квадратного уравнения.

Применяя теорему Виета, можно составить квадратное уравнение, зная его корни. Например, $x_1=3$, $x_2=5$.

По теореме Виета находим

$p=-(x_1+x_2)=-(3+5)=-8$

$q=x_1 \cdot x_2=3 \cdot 5=15$.

Получим $x^2-8x+15=0$.

Пример 2. Не вычисляя корни $\mathbf{x_1}$ и $\mathbf{x_2}$ уравнения $\mathbf{x^2-5x-6=0}$, найти $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_2+x_1}{x_1x_2}=\frac{-(-5)}{-6}=-\frac{5}{6}.$$

Задание №3. Слушайте и читайте текст №5.

Текст №5

Разложение квадратного трёхчлена на множители

Квадратный трёхчлен – это многочлен второй степени.

Рассмотрим квадратный трёхчлен

ax^2+bx+c $(a \neq 0)$.

Значения x_1 и x_2, при которых квадратный трёхчлен обращается в нуль, называются корнями квадратного трёхчлена.

Для нахождения корней квадратного трёхчлена нужно решить квадратное уравнение

$ax^2+bx+c=0$.

Известно, что число корней квадратного уравнения, а значит, и квадратного трёхчлена зависит от знака дискриминанта $D=b^2-4ac$.

Пусть дан квадратный трёхчлен ax^2+bx+c $(a \neq 0)$ с неотрицательным дискриминантом $(D \geq 0)$

$D=b^2-4ac \geq 0$.

Если x_1 и x_2 - корни квадратного трёхчлена ax^2+bx+c, то $\mathbf{ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)}$ $(a \neq 0)$.

Данное равенство называется ***формулой разложения квадратного трёхчлена на множители.***

Пример 3. Упростить выражение $\frac{2x^2-5x+2}{4-x^2}$.

Найдём корни квадратного трёхчлена, решив квадратное уравнение $2x^2-5x+2=0$.
Для квадратного трёхчлена $2x^2-5x+2$ дискриминант $D=25-16=9>0$.

Получим $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{2}$.

Поэтому $2x^2-5x+2=2(x-2)(x-\frac{1}{2})=(x-2)(2x-1)$.

Следовательно, $\frac{2x^2-5x+2}{4-x^2}=\frac{(x-2)(2x-1)}{(2-x)(2+x)}=-\frac{2x-1}{x+2}$.

Задание №4. Выполните упражнения.

Упражнение 1. Решите уравнения:

а) $5x^2 - 80 = 0$; б) $x^2 - \frac{1}{3}x = 0$;

в) $10(x-2) = 19 = (5x-1)(5x+1)$

г) $\frac{5x^2+9}{6} - \frac{4x^2-9}{5} = 3$

д) $4x^2-17x-15=0$

Упражнение 2. Найдите **с**, если разность корней уравнения $\boldsymbol{25x^2 - 30x + c = 0}$ равна ***2.***

Упражнение 3. Корни квадратного уравнения $\boldsymbol{x^2+px+12=0}$ обладают свойством $\boldsymbol{x_1-x_2=1}$. Найти ***р***.

Упражнение 4. Решите уравнения**:**

а) $\frac{3(9x-3)}{9x-6} = 2 + \frac{3x+1}{3x-2}$; б) $\frac{1}{2-x} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2x-x^2}$; в) $\frac{6x}{x+3} + 2 = \frac{x+3}{x}$;

Упражнение 5. Разложите на множители:

а) $-x^2-14x-33$; в) $-3x^2 + 18x - 15$;

б) $2x^2 + 31x + 120$; г) $8 - 2x - x^2$.

Упражнение 6. Сократите дроби:

а) $\frac{x^2+6x-91}{x^2+8x-105}$; б) $\frac{6c^2+11c+3}{3+5c-12c^2}$.

Занятие № 5

<u>Биквадратные уравнения. Иррациональные уравнения</u>

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	**английский**	**французский**	**арабский**	**фарси**	**азербайджанский**
биквадратное уравнение	bequadratic equation	équation quadratique	المعادلة الرباعية	توان چهارم	biquadratic
трёхчлен	trinomial	trinôme	ثلاثي الحدود	سه جمله ای	üçhədli
приведение	reduction	réduction	تقريب	اظهار	adduction
замена переменных	substitution of variables	substitution de variables	تغيير المتغيرات	تغییر متغیر	dəyişənlər dəyişdirmək
иррациональное уравнение	irrational equation	equation irrationnel	معادلة غير منطقية	معادله غیر منطقی	irrasional tənlik
содержать (что?)	to contain	contenir	يحتوي على	شامل شدن	ehtiva
сводить/свести (что? к чему?)	to reduce	réduire	اختزل	کاهش دادن	azaltmaq / azaltmaq

Обратите внимание!

1. **Что (И.п.)** сводится к **чему (Д.п.)**

Трёхчленное уравнение вида $\boldsymbol{ax^{2m}+bx^m+c=0}$, сводится к **квадратному уравнению** $\boldsymbol{at^2+bt+c=0}$.

2. Для **чего (Р.п.)** сделаем **что (В.п.)**

Для **решения** биквадратного уравнения $4x^4-5x^2+1=0$ сделаем **замену** $x^2=y$.

Задание №2. Слушайте и читайте текст №6.

<u>Текст №6</u>

Биквадратные уравнения

Трёхчленное уравнение вида $\boldsymbol{ax^{2m}+bx^m+c=0}$, где m>1 – натуральное число, с помощью подстановки $\boldsymbol{x^m=t}$ сводится к квадратному уравнению $\boldsymbol{at^2+bt+c=0}$.

Если $\boldsymbol{t_1}$ и $\boldsymbol{t_2}$ – корни этого квадратного уравнения, то корни исходного уравнения найдём из равенств $\boldsymbol{x^m=t_1}$, $\boldsymbol{x^m=t_2}$.

Если **m=2**, то трёхчленное уравнение имеет вид $\boldsymbol{ax^4+bx^2+c=0}$ и называется биквадратным.

Пример 1. Решить уравнение $4x^4-5x^2+1=0$.

Для решения биквадратного уравнения $4x^4-5x^2+1=0$ сделаем замену $x^2=y$.

Получаем квадратное уравнение $4y^2-5y+1=0$.

Корни этого уравнения $y_1=1$ и $y_2=\frac{1}{4}$.

Найдем корни исходного уравнения: $x^2=1$ и $x^2=\frac{1}{4}$.

$x_{1,2}=\pm 1$ $x_{3,4}=\pm\frac{1}{2}$.

Ответ: -1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 1.

Пример 2. Решить уравнение $\left(x-\sqrt{3}\right)^4+3\left(x-\sqrt{3}\right)^2-4=0$

Для решения уравнения $\left(x-\sqrt{3}\right)^4+3\left(x-\sqrt{3}\right)^2-4=0$ сделаем замену $\left(x-\sqrt{3}\right)^2=t$. Получим квадратное уравнение относительно t: $t^2+3t-4=0$. Его корни $t_1=-4$ и $t_2=1$.

При $t_1=-4$ получим $\left(x-\sqrt{3}\right)^2=-4$. Это уравнение не имеет корней.

При $t_2=1$ получим $\left(x-\sqrt{3}\right)^2=1$

$$x-\sqrt{3}=1 \qquad x-\sqrt{3}=-1$$
$$x_1=\sqrt{3}+1 \qquad x_2=\sqrt{3}-1$$

Уравнение $\left(x-\sqrt{3}\right)^4+3\left(x-\sqrt{3}\right)^2-4=0$ имеет два действительных корня.

Ответ: $\sqrt{3}+1$; $\sqrt{3}-1$.

Задание №3. Слушайте и читайте текст №7.

Текст №7

Иррациональные уравнения

Уравнения, в которых переменная находится под знаком корня, называются **иррациональными**.

Примеры иррациональных уравнений: $\sqrt{x+3}=5$, $3x+\sqrt{x-1}=1$, $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+9}=1$, $\sqrt[3]{x}=4$.

При решении иррациональных уравнений рассматривают только арифметические корни.

Уравнения $\sqrt{2x}+\sqrt{x}=0$, $\sqrt{x-1}+\sqrt{x}=1$, $\sqrt{x-1}=-2$ не имеют корней.

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{x+3}=5$.

Найдем область допустимых значений (ОДЗ) этого уравнения: $x+3\geq 0 \Rightarrow x\geq -3$.

Возведём в квадрат обе части уравнения:

$$\left(\sqrt{x+3}\right)^2=5^2$$

$x+3=25$

$x=22$. Данное значение принадлежит ОДЗ данного уравнения $22\in[-3;+\infty)$.

Сделаем проверку: $\sqrt{22+3}=\sqrt{25}=5$.

Ответ: 22.

Пример 2. Решить уравнение $3x-10\sqrt{x+1}+6=0$.

ОДЗ уравнения:

$$\begin{cases} x+1\geq 0 \\ 3x+6\geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x\geq -1 \\ x\geq -2 \end{cases}$$

Уединим радикал в левой части и возведём в квадрат обе части уравнения

3x+6=10$\sqrt{x+1}$

$(3x+6)^2=(10\sqrt{x+1})^2$

$9x^2+36x+36=100(x+1)$,

$9x^2-64x-64=0$,

$D=(-64)^2-4\cdot 9\cdot(-64)=4096+2304=6400$.

$x_1=\frac{64+80}{18}=\frac{144}{18}=8$ $\qquad$ $x_2=\frac{64-80}{18}=-\frac{16}{18}=-\frac{8}{9}$.

Сделаем проверку:

$3\cdot 8-10\sqrt{8+1}+6=24-10\cdot 3+6=24-30+6=0$.

$3\cdot\left(-\frac{8}{9}\right)-10\sqrt{-\frac{8}{9}+1}+6=-\frac{8}{3}-10\cdot\frac{1}{3}+6=-\frac{8}{3}-\frac{10}{3}+6=0$

Ответ: $-\frac{8}{9}$; 8.

<u>Пример 3.</u> Решить уравнение $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+5}=1$

Запишем уравнение в виде: $\sqrt{2x-4}=\sqrt{x+5}+1$

Возведём в квадрат обе части: $(\sqrt{2x-4})^2=(\sqrt{x+5}+1)^2$,

$2x-4=x+5+2\sqrt{x+5}+1$

$x-10=2\sqrt{x+5}$, ещё раз возведём в квадрат обе части:

$(x-10)^2=4(x+5)$

$x^2-20x+100=4x+20$,

$x^2-24x+80=0$,

$D=(-24)^2-4\cdot 1\cdot 80=256$.

$x_1=\frac{24+16}{2}=20$, $\qquad$ $x_2=\frac{24-16}{2}=4$.

Проверка:

$\sqrt{2\cdot 20-4}-\sqrt{20+5}=\sqrt{36}-\sqrt{25}=6-5=1$,

$\sqrt{2\cdot 4-4}-\sqrt{4+5}=\sqrt{4}-\sqrt{9}=2-3=-1$,

$-1\neq 1$, число 4 – это посторонний корень.

Ответ: 20.

Задание №4. Выполните упражнения.

Упражнение 1. Решите уравнения:

а) $x^4-4x^2-1=0$;

б) $x^8-17x^4+16=0$;

в) $(2x-1)^6+3(2x-1)^3-10=0$;

г) $(x-2)^6-19(x-2)^3=216$;

д) $x^8+2x^4-8=0$;

е) $4x^4-17x^2+4=0$;

ж) $x^6-3x^3+2=0$.

Упражнение 2. Решите уравнения:

а) $1+\sqrt{2x+7}=x-3$;

б) $x-\sqrt{x+1}=5$;

в) $\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2$;

г) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=2\sqrt{x}$;

д) $2\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt[3]{x}=3$;

е) $x^2+10+\sqrt{x^2+11}=41$.

Занятие №6

Неравенства и их свойства

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	**английский**	**французский**	**арабский**	**фарси**	**азербайджанский**
неравенство	inequation	inéquation	غير متساوي	نابرابری	bərabərsizlik
числовое неравенство	inequation numeral	inéquation numéral	عدم المساواة العددية	نابرابری عددی	ədədi bərabərsizlik
образовывать/образовать (что?)	work out	dessiner	يشكل	تشکیل شدن	forması / form
устанавливать/установить (что?)	to explain	en avoir le cœur net	يحدد	تعیین کردن	set / qurmaq
переносить/перенести (что? куда?)	to transfer	transférer	ينقل	انتقال دادن	transfer / transfer
удовлетворять/ удовлетворить (чему?)	satisfy the conditions	satisfaire à une condition	يلبي	قانع شدن	görüşmək

Обратите внимание!

1. **Что (И.п.)** образует **что (В.п.)**

Два действительных числа или алгебраических выражения, соединённые знаками **>**(больше), **<**(меньше), $\le$(меньше или равно), $\ge$(больше или равно), образуют **неравенство.**

2. **Что (И.п.)** состоит из **чего (Р.п.)**

Неравенство состоит из **двух частей**.

3. **Что (И.п.)** называется **чем (Т.п.)**

Неравенства ax+b>0, ax+b<0, ax+b$\ge$0, ax+b$\le$0 называются ***линейными неравенствами с одной переменной.***

Задание №2. Слушайте и читайте текст №8.

<u>Текст №8</u>

Два действительных числа или алгебраических выражения, соединённые знаками **>**(больше), **<**(меньше), $\le$(меньше или равно), $\ge$(больше или равно), образуют неравенство.

A>B, A<B, A$\ge$B, A$\le$B

Неравенство состоит из двух частей: левой части (A) и правой части (B).

Если обе части неравенства – числа, то неравенство называется **числовым.** Такие неравенства бывают правильными (5<6, 10>9) и неправильными ($\sqrt{3}$>4, -2<-8).

Рассматривают также и двойные неравенства: a>b>c, a$\le$b$\le$c.

Свойства числовых неравенств

1. Если a>b, то b<a, и, обратно, если a<b, то b>a.
2. Если a>b и b>c, то a>c
3. Если a>b, то при любом c a$\pm$c>b$\pm$c.
4. Если a>b и c>0, то ac>bc; если a>b и c<0, то ac<bc.

   Если a>b и c>0, то $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$; если a>b и c<0, то $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$.
5. Если a и b – положительные числа и a>b, то при любом натуральном n выполняется неравенство $a^n>b^n$.
6. Если a и b – положительные числа и a>b, то при любом натуральном n≥ 2 выполняется неравенство $\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$.

Линейные неравенства с одной переменной

Неравенства ax+b>0, ax+b<0, ax+b$\ge$0, ax+b$\le$0 называются ***линейными неравенствами с одной переменной.***

Решить неравенство – это значит найти все значения переменной (неизвестного), при которых данное неравенство является верным, или установить, что таких значений переменной нет.

Неравенство ax+b>0 имеет решения:

$x > -\frac{b}{a}$, если a>0 и $x < -\frac{b}{a}$, если a<0

-b/a -b/a

Пример 1. Решить неравенство: x-5<3x-1.

Члены, содержащие переменную, переносим в левую часть, а свободные – в правую.

x-3x< -1+5 или -2x<4,

x>-2

-2

Ответ: $x \in (-2;+\infty)$.

Пример 2. Решить неравенство: $\frac{3-y}{4} - \frac{y+2}{5} \geq 2$.

Умножим обе части неравенства на 20 (общий знаменатель): $5(2-y)-4(y-2) \geq 2 \cdot 20$

$10-5y-4y+8 \geq 40$,

$-5y-4y \geq -8-10$

$-9y \geq -18$

$y \leq 2$

2

Ответ: $y \in (-\infty;2]$.

Задание №3. Выполните упражнения.

Упражнение 1. Ответьте на вопросы.

1. Что называется неравенством?
2. Что называется линейным неравенством?
3. Какие свойства числовых неравенств вы знаете?
4. Что значит решить неравенство?

Упражнение 2. Решите неравенства:

а) 3(x+4)+2(3x-2)>5x-3(2x+4);

б) $0,3 \leq 1,2+0,5(x-2)$;

в) $0,2(x-2)-0,3(3-x) \geq 0,4(2x-1)-0,5(x-1)$

г) $\frac{1}{2}(c-3) - \frac{3}{2}(2-c) \geq \frac{2c}{3}$;

д) $x - \frac{3+2x}{2} \geq \frac{1-x}{4}$;

е) $\frac{x+2}{0,3} + \frac{2-x}{0,4} < \frac{x+4}{1,2}$.

Упражнение 3. Какое наименьшее целое значение m удовлетворяет неравенство: 3m+8(2m-1)>5m+35.

Задание 4. Слушайте и читайте текст №9

<u>Текст №9</u>

Системы линейных неравенств

Рассмотрим решение системы двух линейных неравенств вида:

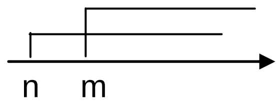
$\begin{cases} ax+b>0, \\ cx+d<0, \end{cases}$ где x – переменная, a,b,c,d – числа

Решение системы неравенств с одной переменной – это значения переменной, которые удовлетворяют каждое из неравенств данной системы.

Решить систему неравенств – это значит найти все её решения или показать, что их нет.

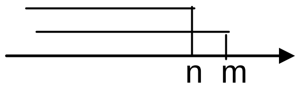
Возможны основные четыре случая:

$$\begin{cases} x>m \\ x>m \end{cases}$$



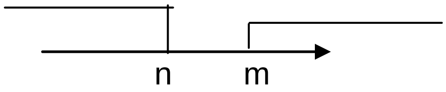
Ответ: $x \in (m;+\infty)$

$$\begin{cases} x<m \\ x<n \end{cases}$$



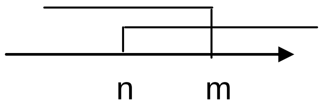
Ответ: $x \in (-\infty; n)$

$$\begin{cases} x>m \\ x<n \end{cases}$$



Ответ: $\varnothing$ (система не имеет решений)

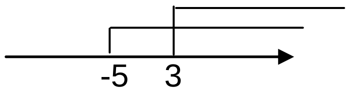
$$\begin{cases} x<m \\ x>n \end{cases}$$



Ответ: $x \in (n; m)$

Пример 3. Решить систему неравенств:

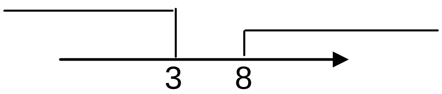
$$\begin{cases} 3x-9>0 \\ 2x+10>0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x>9 \\ 2x>-10 \end{cases} \quad \begin{cases} x>3 \\ x>-5 \end{cases}$$



Ответ: $x \in (3;+\infty)$

Пример 4. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 6-3x>0 \\ 5x-40>0 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x>-6 \\ 5x>40 \end{cases} \quad \begin{cases} x<3 \\ x>8 \end{cases}$$



Ответ: $\varnothing$ (система не имеет решений)

Задание 4. Выполните упражнения.

Упражнение 4. Ответьте на вопросы.

1. Что называется решением системы двух неравенств?
2. Что значит решить систему неравенств?

Упражнение 5. Решите системы неравенств:

$$\begin{cases} 3x-4<2 \\ 2(1-x)>2-x \end{cases} \quad \begin{cases} 5y-7 \le 3y \\ 2-4y<5 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x+ \ \ y=6, \\ 4x + 3y=11 \end{cases}$$

Занятие №25

Рациональные неравенства с одной переменной. Метод интервалов

Задание №1. Слушайте, читайте и повторяйте слова и словосочетания:

русский	**английский**	**французский**	**арабский**	**фарси**	**азербайджанский**
рациональное неравенство	inequation ration	inéquation rationnel	عدم المساواة المنطقية	نامساویهای منطقی	səmərəli bərabərsizlik
дробно-рациональное неравенство	Inequation linear fractional	Inéquation fractionnaire	عدم المساواة المنطقية في الكسور	نامساوی کسری منطقی	fraksiya rasional bərabərsizlik
отмечать/отметить (что? где?)	point out	pointer	يحدد	علامت گذاشتن	Qeydi
исследовать (что?)	to investigate	rechercher	يستكشف	بررسی کردن	araşdırmaq
делать выводы	arrive at conclusion	dégager une conclusion	استخلاص النتائج	نتیجه گرفتن	Nəticə çıxarmaq
согласно (чему?)	in accordance to	aux termes de	موافقة ل	با توجه به	görə
равносильный,-ая, -ое,-ые	equivalent	equivalente	نظير	معادل	ekvivalent
многочлен,-ы	polynomial	polinome	متعدد الحدود	چند جمله ای	çoxhədli
применять/применить (что? к чему?)	to apply	employer	يستخدم	تبدیل کردن	müraciət / istifadə
преобразовывать/ преобразовать (что?)	to transform	transform	يحول	تغییر شکل یافتن	çevirmək

Заданиие 2. Слушайте и читайте текст №9.

Текст №9

Для решения неравенств вида $(x-a_1)\cdot(x-a_2)\cdot\ldots\cdot(x-a_n)>0$ применяют метод интервалов.

Для этого нужно:

а) найти нули левой части неравенства;

б) отметить полученные значения на числовой прямой;

в) составить таблицу, исследовать знаки алгебраических выражений и, сделав выводы, написать ответ.

Пример 1. Решить неравенство $(x-3)(x+2)(x-5)<0$.

- находим нули левой части неравенства:

  x-3=0 x+2=0 x-5=0

  x=3 x=-2 x=5

- отметим полученные значения на числовой прямой и составим таблицу:

-2 3 5

X-3	-	-	+	+
X+2	-	+	+	+
X-5	-	-	-	+
	«-»	**«+»**	**«-»**	**«+»**

Решение данного неравенства – это интервалы, на которых неравенство отрицательно (согласно условию).

Ответ: $x\in(-\infty;-2)\cup(3;5)$.

Пример 2. Решить неравенство $(x-1)^2(x+4)(x-2)^3>0$.

- находим нули левой части неравенства:

  x-1=0 x+4=0 x-2=0

  x=1 x=-4 x=2

- отметим полученные значения на числовой прямой и составим таблицу (учитываем, что выражение $(x-1)^2>0$ при $x\neq 1$:

-4 1 2

$(x-1)^2$	+	+	+	+
(x+4)	-	+	+	+
$(x-2)^3$	-	-	-	+
	«+»	**«-»**	**«-»**	**«+»**

Ответ: $x\in(-\infty;-4)\cup(2;+\infty)$.

Задание 3. Слушайте и читайте текст №10.

<u>Текст №10</u>

Дробно-рациональные неравенства

Неравенства вида $\frac{A(x)}{B(x)} > C(x)$ называется **дробно-рациональным**.

A(x), B(x) и C(x) – это многочлены.

При решении дробно-рациональных неравенств нужно помнить, что следующие неравенства равносильны:

$\frac{A(x)}{B(x)} > 0$ и A(x)B(x)>0; $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$ и A(x)B(x)<0

<u>Пример 3.</u> Решить неравенство $\frac{x+1}{x-2} > 0$.

Данное неравенство равносильно неравенству (x+1)(x-2)>0 при x$\neq$2.

x+1=0 x-2=0

x=-1 x=2

-1 2

x+1 -	+	+
x-2 -	-	+
«+»	«-»	«+»

Ответ: x $\in (-\infty;-1) \cup (2;+\infty)$.

<u>Пример 4.</u> Решить неравенство $\frac{x-2}{2x+6} < 1$.

Преобразуем данное неравенство, чтобы применить метод интервалов:

$\frac{x-2}{2x+6} - 2 < 0$; $\frac{x-2-2(2x+6)}{2x+6} < 0$

$\frac{x-2-4x-12}{2x+6} < 0$ $\frac{-3x-14}{2x+6} < 0$

Теперь применим метод интервалов:

-3x-14=0 2x+6=0

x=$-\frac{14}{3}$ x=-3

$-\frac{14}{3}$ -3

-3x-14 -	+	+
2x+6 -	-	+
«+»	«-»	«+»

Ответ: x$\in(-\frac{14}{3};-3)$.

Задание 3. Выполните упражнения.

Упражнение1. Решите неравенства:

1) (x+5)(x-1)(2x+2)<0;
2) $(2x-1)^2(3-x)(x+1)^5<0$;
3) x(x+2)(x-3)(4-x)>0;
4) $\frac{6x-5}{4x+1} > 0$;
5) $\frac{5x-6}{x+6} < 1$.

Выполните задания:

1. Напишите, что является тождеством, а что – уравнением:

а) $4x - 3x = 1$;

б) $-3y+3=3(1-y)$;

в) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;

г) $x^2-6x=x(x-6)$;

д) $10(x-3)=8x+2(x-1)+22$.

2. Решите уравнение:

$$\frac{7+9x}{4}-2+\frac{2-x}{9}=6x.$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 2; \\ 5x - 7y - 3 = 0. \end{cases}$$

Каким способом вы решили?

4. Решите уравнения:

$$\frac{3x-7}{x+5}=\frac{x-3}{x+2}.$$

5. Дано уравнение: $4x^4 + x^2 - 3 = 0$.
   - как называется это уравнение?
   - решите его.

6. Дано уравнение: $\sqrt{7x-6} - \sqrt{4x+12} = 0$.
   - как называется это уравнение?
   - Решите его.

8. Решите уравнение:

$$|x+5|+|2-x|=7.$$

9. Решите неравенство:

$$(x-4)(5-x)(x-1)^2>0$$

10. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 1{,}4(x+5) \geq 2x-0{,}2; \\ 0{,}2(3-x) \leq 4(x+1{,}5) +0{,}9. \end{cases}$$